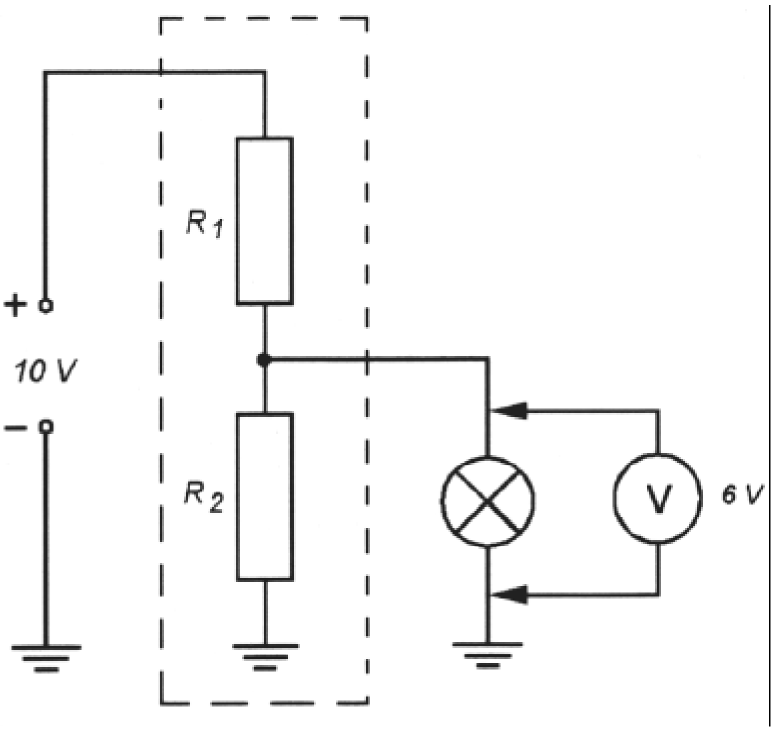
FIESP
SENAI

Prática profissional *Eletroeletrônica*

Análise de circuitos elétricos



Eletroeletrônica – Análise de circuitos elétricos

Trabalho elaborado pela
Unidade de Conhecimento Educacional
Departamento Regional de São Paulo

Coordenação	Célio Torrecilha
Equipe responsável	
Elaboração	*Regina Célia Roland Novaes (UCED)* *Airton Almeida de Moraes (CFP 1.23)*
Conteúdo técnico	*Airton Almeida de Moraes (CFP 1.23)* *Júlio César Caetano (CFP 3.02)*
Diagramação	*Cleide Aparecida da Silva (UCED)*
Ilustrações	*José Luciano de Souza Filho (UCED)* *José Joaquim Pecegueiro (UCED)*
Coordenação de Impressão	*Abilio José Weber*
Capa	*Abilio José Weber (UCED)* *José Luciano de Souza Filho (UCED)*

Material para validação

SENAI - Serviço Nacional de Aprendizagem Industrial
Departamento Regional de São Paulo
Praça Alberto Lion, 100 - Cambuci - São Paulo - SP
CEP 01515-000 - Telefone (011) 3273-5000
Fax (011) 3273-5086
SENAISP@EU.ANSP.BR

Sumário

	Apresentação	3
Unidade I	Associação de resistências	5
Circuitos de	Divisores de tensão e corrente	25
corrente contínua	Análise de circuitos por Kirchhoff	40
	Teorema de Thévenin	68
	Teorema de Norton	79
	Teorema da superposição de efeitos	92
	Máxima transferência de potência	103
	Capacitores	112
	Constante de tempo RC	125
Unidade II	Representação vetorial de grandezas elétricas	136
Circuitos de	Circuitos resistivo, capacitivo e indutivo	154
corrente alternada	Circuitos reativos de CA em série	183
	Circuitos reativos de CA em paralelo	211
	Circuitos ressonantes	232
	Referências bibliográficas	253

Apresentação

Caro Aluno

Neste volume você vai iniciar seus estudos sobre circuitos elétricos do Curso de Aprendizagem Industrial do SENAI, na área de Eletroeletrônica. O principal objetivo deste estudo é fazer você conhecer não só os princípios e as leis que comandam o funcionamento dos circuitos eletroeletrônicos, mas também as características de componentes e instrumentos de medição usados no dia-a-dia do profissional dessa área.

O presente volume, **Análise de Circuitos Elétricos** apresenta os conteúdos técnicos necessários para a compreensão dos conceitos e princípios que envolvem o conhecimento do funcionamento dos componentes dentro dos circuitos que compõem todo e qualquer equipamento eletroeletrônico.

Outro volume complementa este material: **Ensaios de análise de circuitos elétricos**, que tem o objetivo de comprovar experimentalmente os conceitos e aplicar na prática todos os conteúdos estudados nas aulas teóricas.

Trata-se de um material de referência preparado com todo o cuidado para ajudá-lo em sua caminhada rumo ao sucesso profissional. Por isso desejamos que ele seja não apenas a porta de entrada para o maravilhoso mundo da eletroeletrônica, mas também que indique os inúmeros caminhos que este mundo pode fornecer quando se tem curiosidade, criatividade e vontade de aprender.

Associação de resistências

As resistências entram na constituição da maioria dos circuitos eletrônicos formando associações de resistências.

É importante, pois, conhecer os tipos e características elétricas destas associações, que são a base de qualquer atividade ligada à eletroeletrônica.

Esse capítulo vai ajudá-lo a identificar os tipos de associação e determinar suas resistências equivalentes. Para entender uma associação de resistências, é preciso que você já conheça o que são resistências.

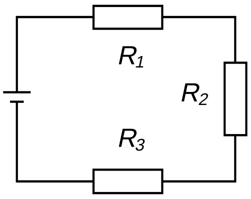
Associação de resistências

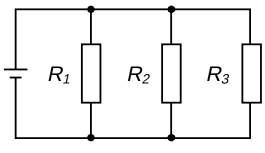
Associação de resistências é uma reunião de duas ou mais resistências em um circuito elétrico, considerando-se resistência como qualquer dificuldade à passagem da corrente elétrica.

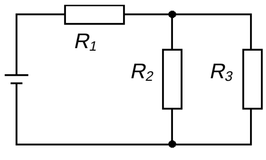
Na associação de resistências é preciso considerar duas coisas: os **terminais** e os **nós**. **Terminais** são os pontos da associação conectados à fonte geradora.**Nós** são os pontos em que ocorre a interligação de três ou mais resistências.

Tipos de associação de resistências

As resistências podem ser associadas de modo a formar diferentes circuitos elétricos, conforme mostram as figuras a seguir.







Observação
A porção do circuito que liga dois nós consecutivos é chamada de **ramo** ou **braço**.

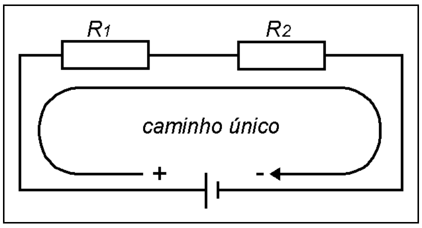
Apesar do número de associações diferentes que se pode obter interligando resistências em um circuito elétrico, todas essas associações classificam-se a partir de três designações básicas:

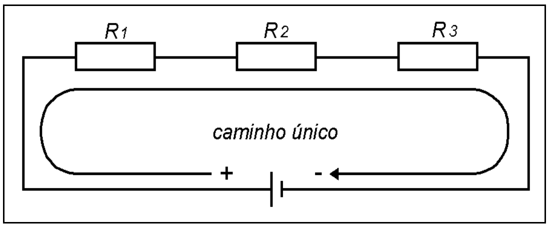
- associação em série;
- associação em paralelo;
- associação mista.

Cada um desses tipos de associação apresenta características específicas de comportamento elétrico.

Associação em série

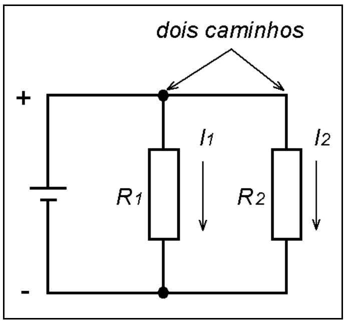
Nesse tipo de associação, as resistências são interligadas de forma que exista **apenas um caminho** para a circulação da corrente elétrica entre os terminais**.**

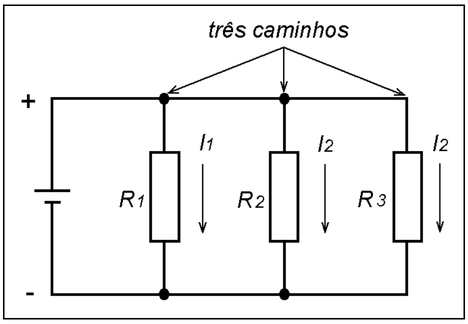




Associação em paralelo

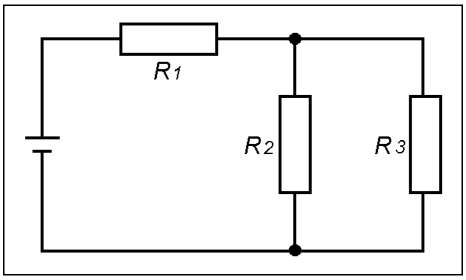
Trata-se de uma associação em que os terminais das resistências estão interligados de forma que exista **mais de um caminho** para a circulação da corrente elétrica.

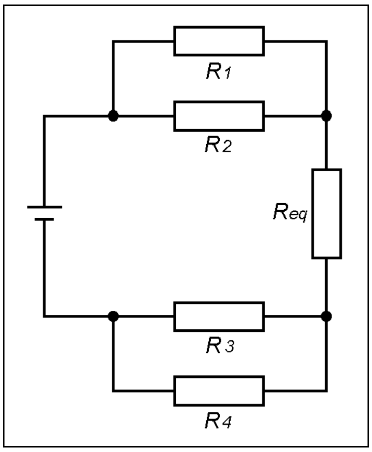




Associação mista

É a associação que se compõe por grupos de resistências **em série** e **em paralelo**.





Resistência equivalente de uma associação série

Quando se associam resistências, a resistência elétrica entre os terminais é diferente das resistências individuais. Por essa razão, a resistência de uma associação de resistências recebe uma denominação específica: **resistência total** ou **resistência equivalente** (Req).

A resistência equivalente de uma associação depende das resistências que a compõem e do tipo de associação. Ao longo de todo o circuito, a resistência total é a **soma** das resistências parciais.

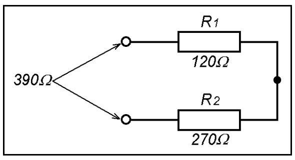
Matematicamente, obtém-se a resistência equivalente da associação em série pela seguinte fórmula:

$Req = R_1 + R_2 + R_3 + ... + R_n$

Convenção

R_1, R_2, R_3,... R_n são os valores ôhmicos das resistências associadas em série.

Vamos tomar como exemplo de associação em série uma resistência de 120 Ω e outra de 270 Ω. Nesse caso, a resistência equivalente entre os terminais é obtida da seguinte forma:



$Req = R_1 + R_2$

$Req = 120\Omega + 270\Omega$

$Req = 390\Omega$

O valor da resistência equivalente de uma associação de resistências em série é sempre **maior** que a resistência de maior valor da associação.

Resistência equivalente de uma associação em paralelo

Na associação em paralelo há **dois** ou **mais caminhos** para a circulação da corrente elétrica.

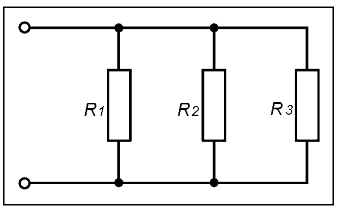
A resistência equivalente de uma associação **em paralelo** de resistências é dada pela equação:

$$Req = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \ldots + \frac{1}{R_n}}$$

Convenção

R_1, R_2, ..., Rn são os valores ôhmicos das resistências associadas.

Vamos tomar como exemplo a associação em paralelo a seguir.



$R_1 = 10\Omega$

$R_2 = 25\Omega$

$R_3 = 20\Omega$

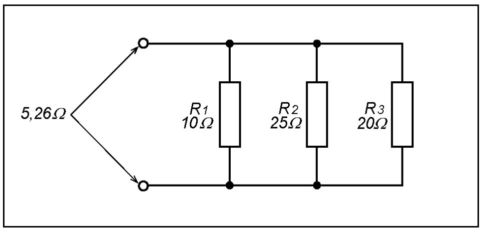
Para obter a resistência equivalente, basta aplicar a equação mostrada anteriormente, ou seja:

$$Req = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \ldots + \frac{1}{R_n}}$$

Desse modo temos:

$$Req = \frac{1}{\frac{1}{10} + \frac{1}{25} + \frac{1}{20}} = \frac{1}{0{,}1 + 0{,}04 + 0{,}05} = \frac{1}{0{,}19} = 5{,}26$$

Req = 5,26Ω



O resultado encontrado comprova que a resistência equivalente da associação em paralelo (5,26Ω) é **menor** que a resistência de **menor** valor (10Ω).

Para associações em paralelo com apenas duas resistências, pode-se usar uma equação mais simples, deduzida da equação geral.

Tomando-se a equação geral, com apenas duas resistências, temos:

$$Req = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}}$$

Invertendo ambos os membros, obtém-se:

$$\frac{1}{Req} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

Colocando o denominador comum no segundo membro, temos:

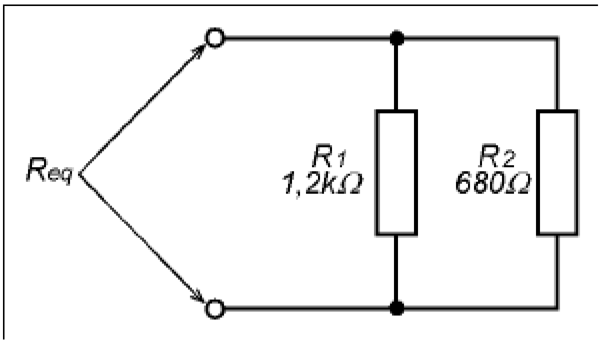
$$\frac{1}{Req} = \frac{R_1 + R_2}{R_1 x R_2}$$

Invertendo os dois membros, obtemos:

$$Req = \frac{R_1 x R_2}{R_1 + R_2}$$

Portanto, R_1 e R_2 são os valores ôhmicos das resistências associadas.

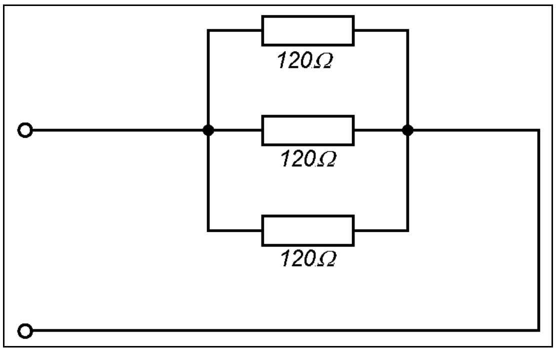
Observe no circuito a seguir um exemplo de associação em paralelo em que se emprega a fórmula para duas resistências.



$$Req = \frac{R_1 x R_2}{R_1 + R_2} + \frac{1200x680}{1200 + 680} = \frac{816000}{1880} = 434\Omega$$

Req = 434Ω

Pode-se também associar em paralelo duas ou mais resistências, todas de mesmo valor.



Nesse caso, emprega-se uma terceira equação, específica para associações em paralelo na qual todas as resistências têm o **mesmo** valor. Esta equação também é deduzida da equação geral.

Vamos tomar a equação geral para "n" resistências. Nesse caso temos:

$$Req = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + ... + \frac{1}{R_n}}$$

Como R_1, R_2, ... e R_n têm o mesmo valor, podemos reescrever:

$$Req = \frac{1}{\frac{1}{R}+\frac{1}{R}+...+\frac{1}{R}} = \frac{1}{n(\frac{1}{R})}$$

Operando o denominador do segundo membro, obtemos:

$$Req = \frac{1}{\frac{n}{R}}$$

O segundo membro é uma divisão de frações. De sua resolução resulta:

$$Req = \frac{R}{n}$$

Convenção

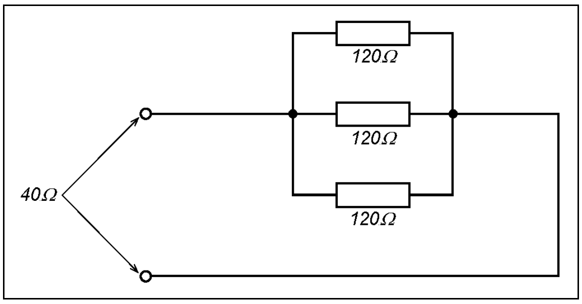
R é o valor de uma resistência (todas têm o mesmo valor).

n é o número de resistências de mesmo valor associadas em paralelo.

Portanto, as três resistências de 120Ω associadas em paralelo têm uma resistência equivalente a:

$$Req = \frac{R}{n} = \frac{120}{3} = 40\Omega$$

Req = 40Ω

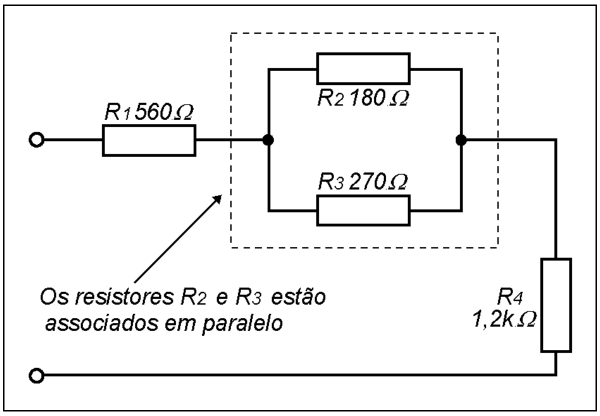


Desse modo, o valor da resistência equivalente de uma associação de resistências em paralelo é sempre **menor** que a resistência de menor valor da associação.

Resistência equivalente de uma associação mista

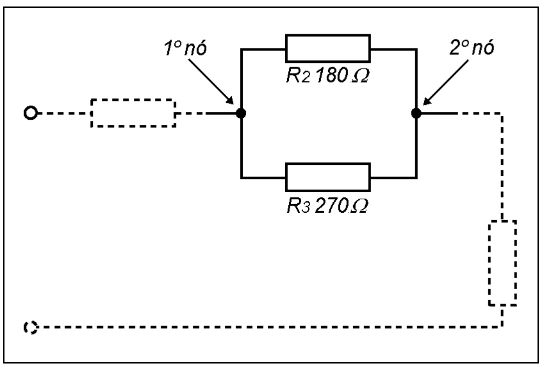
Para determinar a resistência equivalente de uma associação mista, procede-se da seguinte maneira:

1. A partir dos nós, divide-se a associação em pequenas partes de forma que possam ser calculadas como associações em série ou em paralelo.



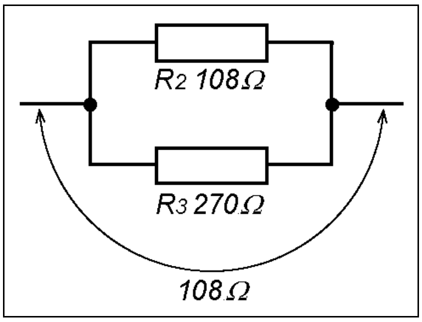
2. Uma vez identificados os nós, procura-se analisar como estão ligados as resistências entre cada dois nós do circuito. Nesse caso, as resistências R_2 e R_3 estão **em paralelo**.

3. Desconsidera-se, então, tudo o que está **antes** e **depois** desses nós e examina-se a forma como R_2 e R_3 estão associadas para verificar se se trata de uma associação em paralelo de duas resistências.



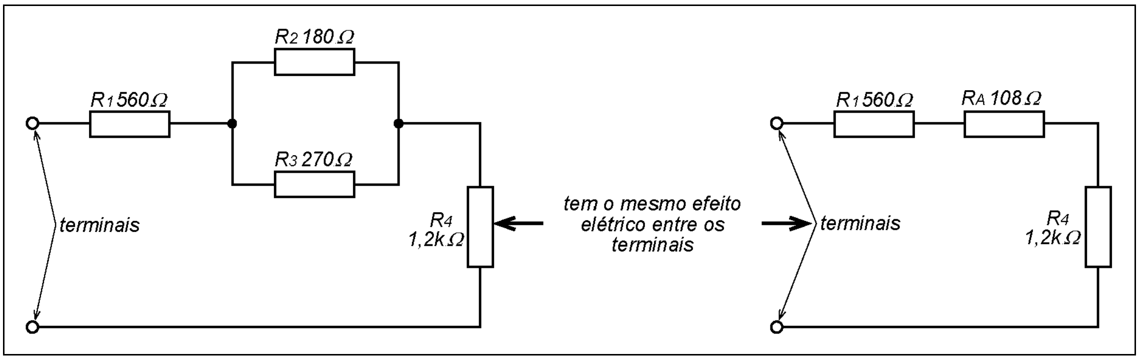
4. Determina-se então a Req dessas duas resistências associadas em paralelo, aplicando-se a fórmula a seguir.

$$Req = \frac{R_2 x R_3}{R_2 + R_3} = \frac{180x270}{180 + 270} = \frac{48600}{450} = 108\Omega$$



Portanto, as resistências associadas R_2 e R_3 apresentam 108 Ω de resistência à passagem da corrente no circuito.

Se as resistências R_2 e R_3 em paralelo forem substituídos por uma resistência de 108 Ω, identificada por exemplo por R_A, o circuito não se altera.



Ao substituir a associação mista original, torna-se uma associação em série simples, constituída pelas resistências R_1, R_A e R_4.

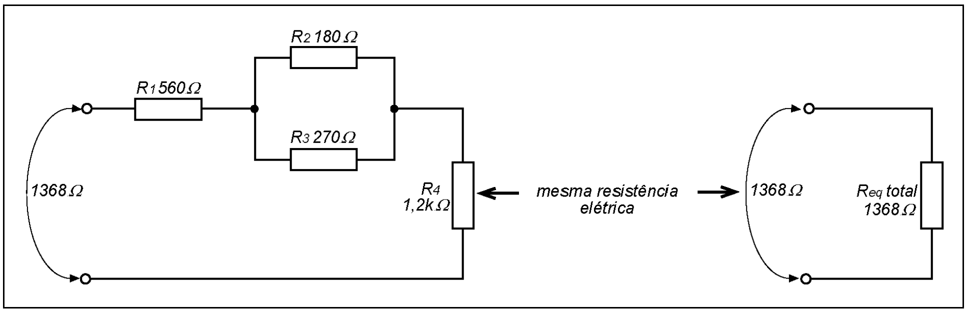
Determina-se a resistência equivalente de toda a associação pela equação da associação em série:
$Req = R_1 + R_2 + R_3 + \ldots\ldots\ldots\ldots$

Usando os valores do circuito, obtém-se:

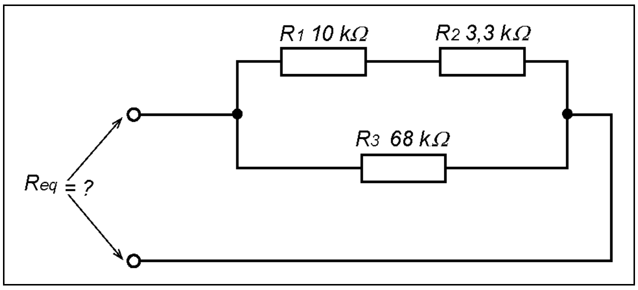
$Req = R_1 + R_A + R_4$

$Req = 560 + 108 + 1200 = 1868\ \Omega$

O resultado significa que toda a associação mista original tem o mesmo efeito para a corrente elétrica que uma única resistência de 1868 Ω .



A seguir, é apresentado um exemplo de circuito misto, com a seqüência de procedimentos para determinar a resistência equivalente.



Da análise do circuito, deduz-se que as resistências R_1 e R_2 estão em série e podem ser substituídas por um única resistência R_A que tenha o mesmo efeito resultante. Na associação em série emprega-se a fórmula a seguir.

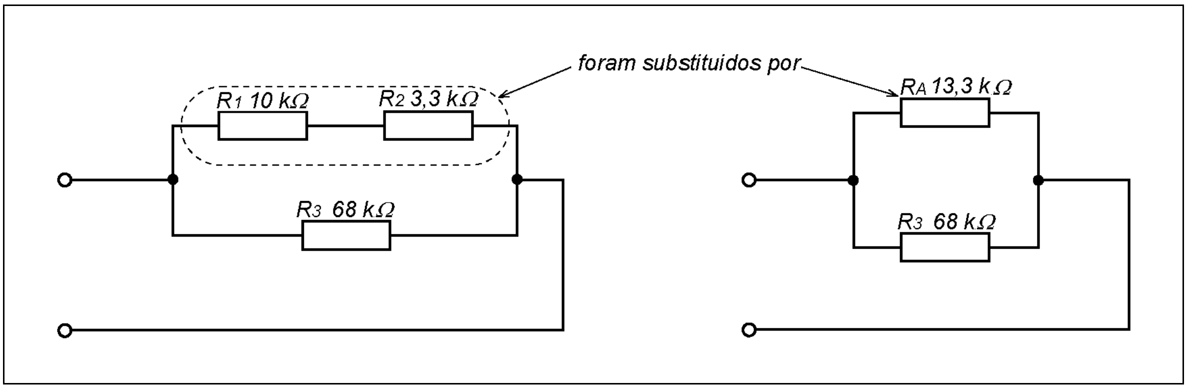
$Req = R_1 + R_2 + ...$

Portanto:

$R_A = R_1 + R_2$

$RA = 10000 + 3300 = 13300\Omega$

Substituindo R_1 e R_2 pelo seu valor equivalente no circuito original, obtemos o que mostra a figura a seguir.



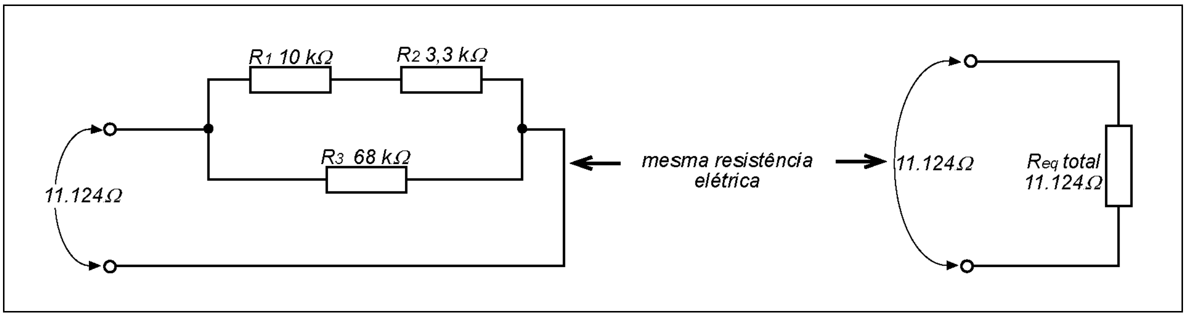
Da análise do circuito formado por R_A e R_3, deduz-se que essas resistências estão em paralelo e podem ser substituídas por uma única resistência, com o mesmo efeito. Para a associação em paralelo de duas resistências, emprega-se a fórmula a seguir.

$$Req = \frac{R_1 x R_2}{R_1 + R_2}$$

ou

$$Req = \frac{R_A x R_3}{R_A + R_3} = \frac{13300x68000}{13300 + 68000} = 11124\Omega$$

Portanto, toda a associação mista pode ser substituída por uma única resistência de **11.124 Ω**.



Aplicando-se a associação de resistências ou uma única resistência de 11.124 Ω a uma fonte de alimentação, o resultado em termos de corrente é o **mesmo**.

Exercícios

1. Responda às seguintes perguntas:

a) Qual é a característica fundamental de uma associação série com relação aos caminhos para a circulação da corrente elétrica?

____

____

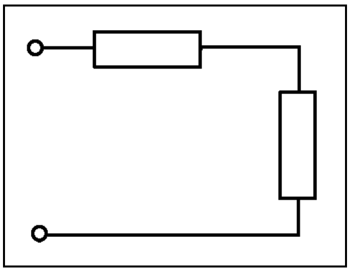
b) Qual é a característica fundamental de uma associação em paralelo com relação aos caminhos para a circulação da corrente elétrica?

____

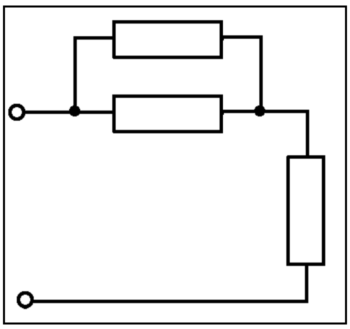
____

c) Identifique os tipos de associação (série, em paralelo ou mista) nos circuitos a seguir.

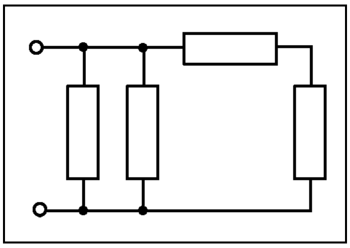
1)



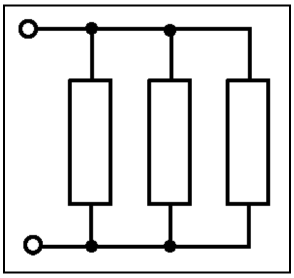
2)



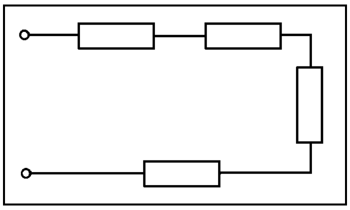
3)



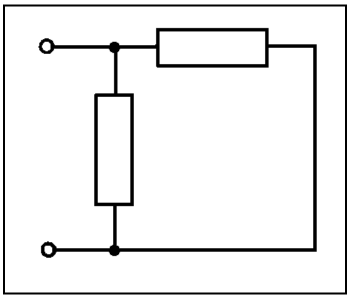
4)



5)



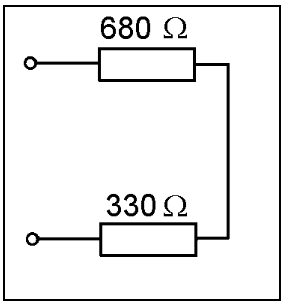
6)



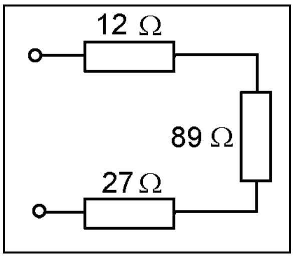
2. Faça o que se pede.

a) Determine a resistência equivalente das seguintes associações em série.

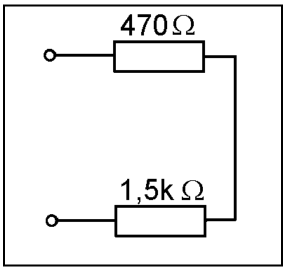
1)



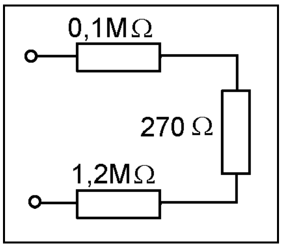
2)



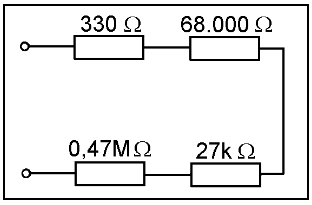
3)



4)

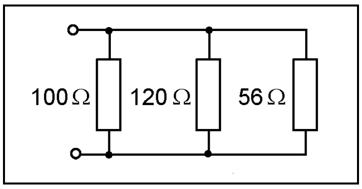


5)

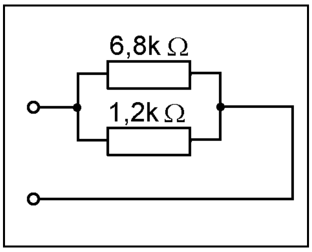


b) Determine a resistência equivalente das associações em paralelo a seguir.

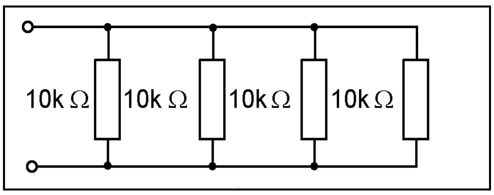
1)



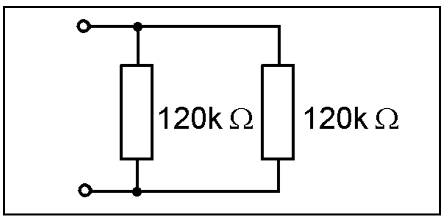
2)



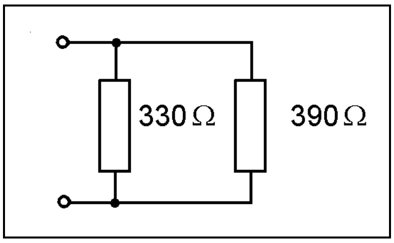
3)



4)

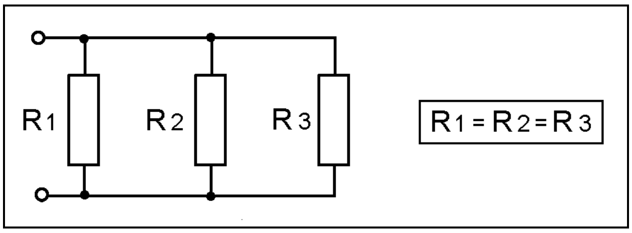


5)

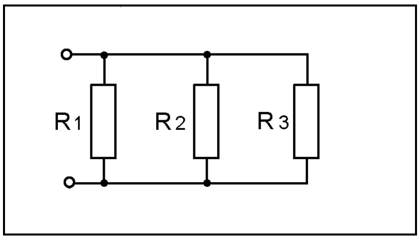


c) Registre ao lado de cada associação a equação mais adequada para o cálculo da resistência equivalente.

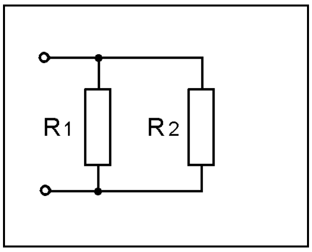
1)



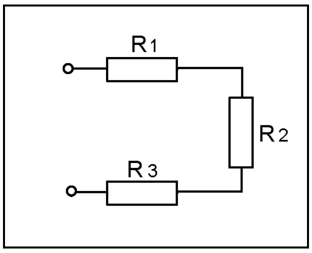
2)



3)

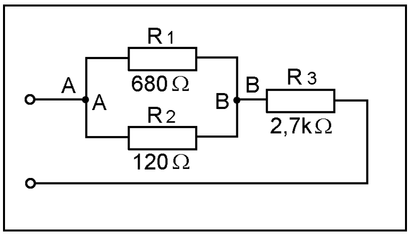


4)

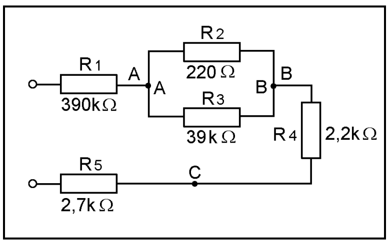


d) Determine a resistência equivalente entre os nós indicados em cada uma das associações de resistências.

1 - Entre os nós A e B

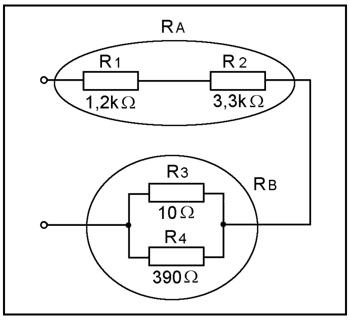


2 - Entre os nós B e C

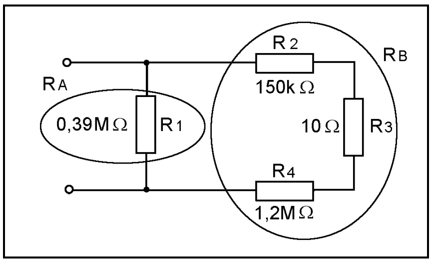


e) Determine, na seqüência, os valores RA, RB e Req em cada uma das associações.

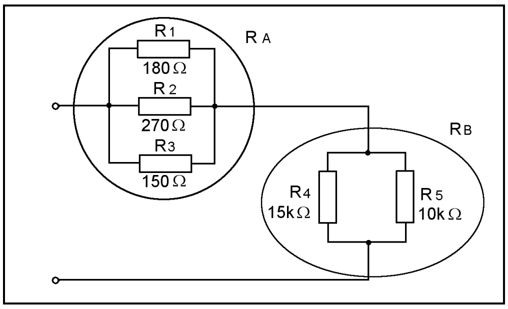
1)



2)

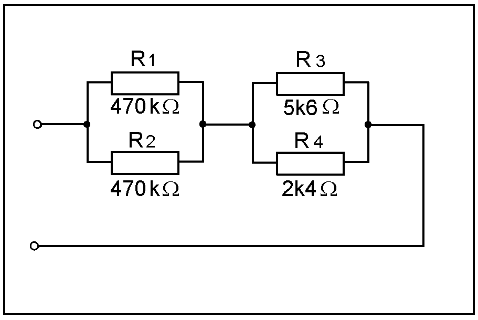


3)

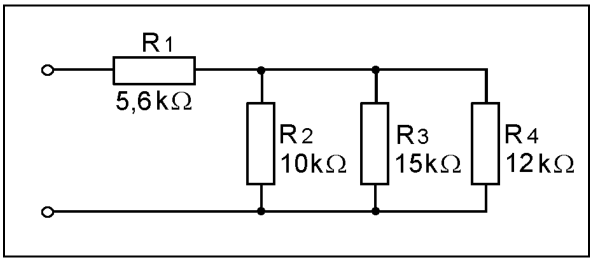


f) Determine, na seqüência, as resistências equivalentes totais de cada uma das associações a seguir.

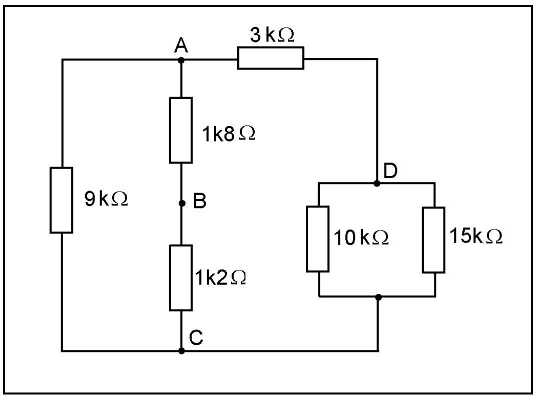
1)



2)



g) Tomando como base o conjunto de resistências abaixo, determine os valores pedidos a seguir.



⇒ A resistência equivalente, vista dos pontos A e C (ou seja, considerando os pontos A e C como terminais do circuito).

ReqTC = ___________________ Ω

⇒ A resistência equivalente, vista dos pontos D e C.

ReqDC = ___________________ Ω

⇒ A resistência equivalente vista dos pontos B e C.

ReqBC = ___________________ Ω

⇒ A resistência equivalente, vista dos pontos A e D.

ReqAD = ___________________Ω

Divisores de tensão e corrente

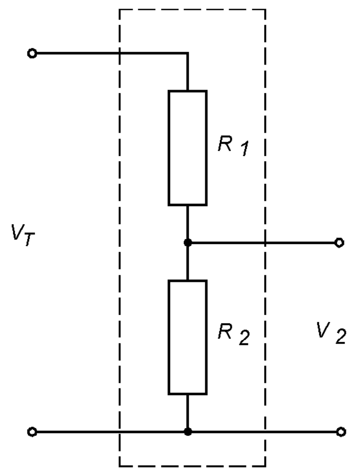
Com a evolução tecnológica, a tendência é a produção de equipamentos eletrônicos cada vez mais compactos e alimentados por fontes de energia portáteis como pilhas e baterias.

A função dos divisores de tensão e corrente é permitir o fornecimento de diferentes tensões e correntes a cada componente a partir de uma única fonte de tensão. Este é o assunto deste capítulo.

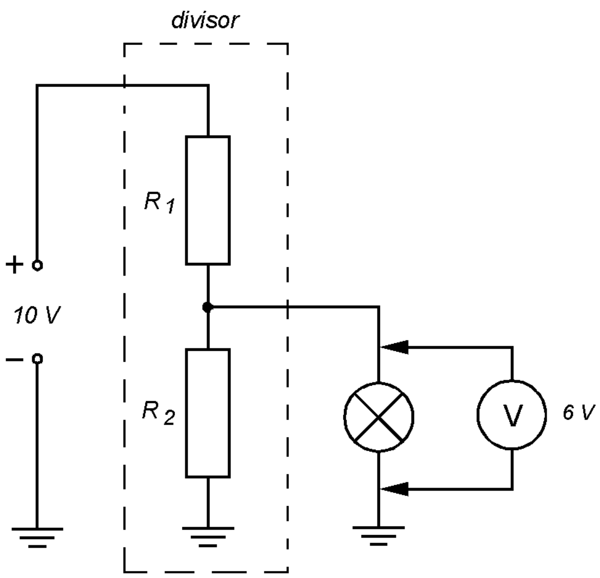
Para desenvolver satisfatoriamente os conteúdos e atividades desse estudo, você deverá saber previamente as leis de Kirchhoff e a lei de Ohm.

Divisor de tensão

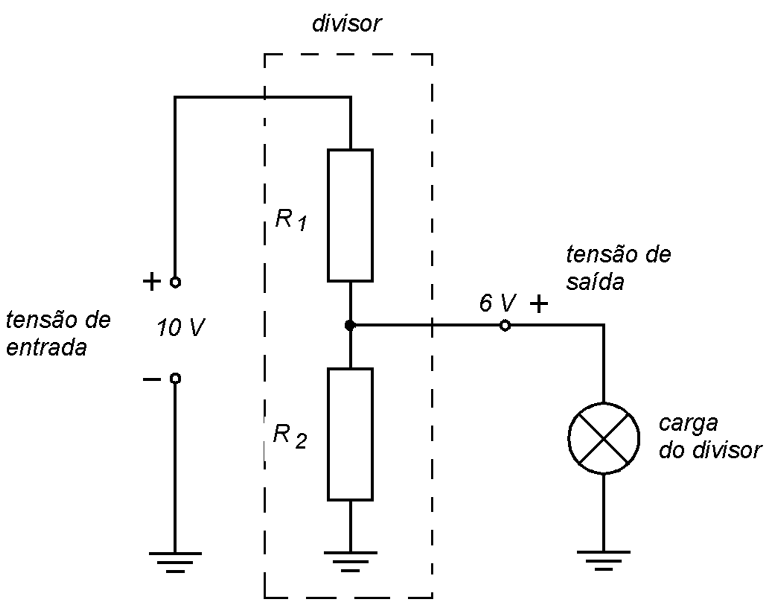
O divisor de tensão é formado por uma associação série de resistores, no qual a **tensão total** aplicada na associação **se divide nos resistores**, proporcionalmente aos valores de cada resistor.



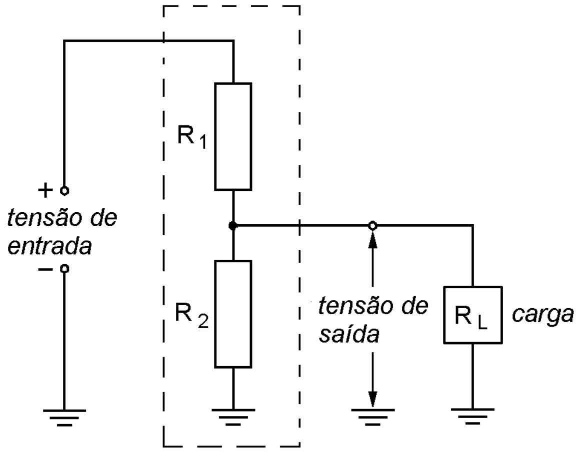
O circuito divisor de tensão serve para fornecer parte da tensão de alimentação para um componente ou circuito. Assim, com um divisor de tensão, é possível por exemplo, obter 6 V em uma lâmpada, a partir de uma fonte de 10 V.



O circuito ou componente alimentado pelo divisor é denominado **carga do divisor**. A tensão fornecida pela fonte ao divisor chama-se **tensão de entrada**; a tensão fornecida pelo divisor à carga é a**tensão de saída**.



A carga de um divisor pode ser um componente eletrônico, uma lâmpada ou até um circuito. Por essa razão, quando se calcula ou representa um divisor em um diagrama, a carga é simbolizada simplesmente por um bloco, denominado R_L, independente dos componentes pelos quais ele realmente é formado.



Influência da carga sobre o divisor

Divisor de tensão sem carga

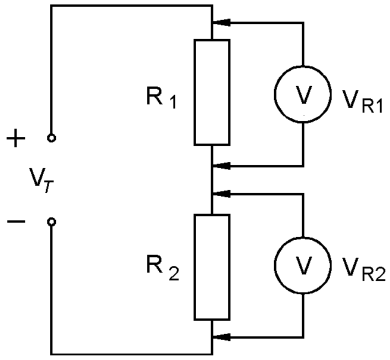
Todo circuito série é um divisor de tensão que fornece a cada resistor uma parte da tensão de entrada, diretamente proporcional a sua resistência.

Dimensionando-se esses resistores, pode-se dividir a tensão de entrada, de forma a obter valores diversos, conforme as necessidades do circuito.

O circuito a seguir apresenta um circuito divisor de tensão sem carga, onde as tensão de entrada é dividida em duas partes, V_{R1} e V_{R2}.

Observação

A quantidade de resistores do circuito série de resistores é que determinará em quantas partes a tensão de entrada será dividida.



A tensão em cada resistor V_{R1} e V_{R2}, pode ser determinada a partir dos valores da tensão de entrada, dos resistores e utilizando a lei de Ohm.

Analisando o circuito temos:

$V_{R1} = R_1 . I_1$ $\qquad I_T = \dfrac{V_T}{R_T}$ $\qquad R_T = R_1 + R_2$

$I_T = I_1 = I_2 \qquad \Rightarrow \qquad I_1 = \dfrac{V_T}{R_T}$

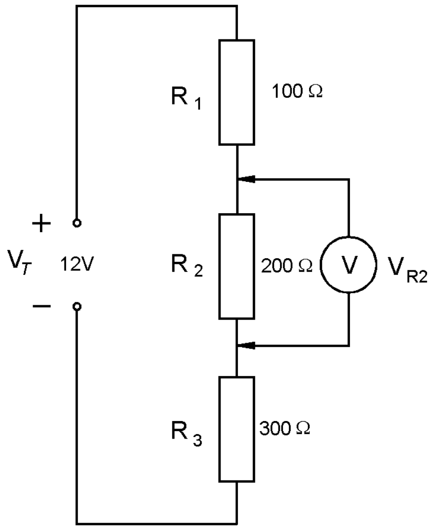
Como:

Generalizando a equação acima, pode-se dizer que, a tensão sobre um resistor do circuito série, V_{RM}, é igual a tensão total, V_T, multiplicada pelo valor da resistência desse resistor R_M, e dividida pela soma de todas as resistências do circuito.

$$\mathbf{V_{RM} = \frac{V_T . R_M}{R_T}}$$

A equação acima é conhecida como **equação do divisor de tensão**. Por meio dessa equação é possível determinar a tensão em qualquer resistor da associação série de resistores

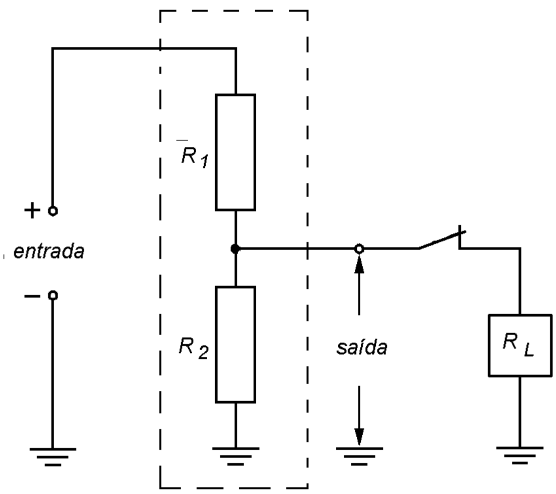
No circuito a seguir será determinado a tensão sobre o resistor R_2.



Divisor de tensão com carga

Quando uma carga é conectada a um divisor de tensão, esse divisor passa a ser chamado divisor de tensão com carga.

Qualquer carga conectada ao divisor de tensão fica sempre em paralelo com um dos resistores que o compõe. No exemplo a seguir, **a carga** está **em paralelo** com o resistor R_2.



Influencia da carga sobre o divisor

Ao ser conectada ao divisor, a carga altera a resistência total do circuito divisor e faz com que as tensões em cada resistor se modifiquem.

Por essa razão, ao se calcular um divisor de tensão devemos determinar as características da carga e considerá-la ligada ao circuito.

Dimensionamento do divisor de tensão

Os dados necessários para dimensionamento dos componentes de um divisor são:

- tensão de entrada;
- tensão de carga ou de saída do divisor;
- corrente de carga.

Vamos supor, então, que seja necessário alimentar uma lâmpada de 6 V - 0,5 W a partir de uma fonte de 10 V_{CC}.

Observação

V_{CC} é a notação simbólica de tensão de alimentação contínua.

Formulando a questão, temos os seguintes dados:

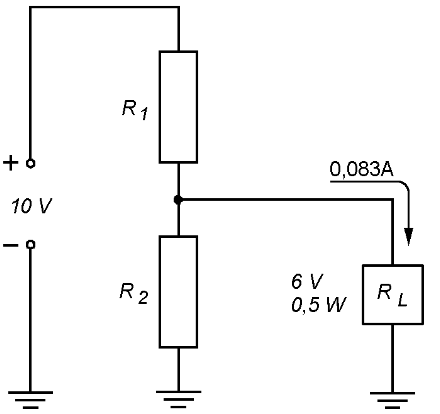
- tensão de entrada = 10 V_{CC}
- tensão de saída = 6 V_{CC}
- potência da carga = 0,5 W

A corrente da carga não é fornecida diretamente, mas pode ser determinada pela equação:

$$\mathbf{I} = \frac{\mathbf{P}}{\mathbf{V}} = \frac{\mathbf{0{,}5}}{\mathbf{6}} = \mathbf{0{,}083A} = \mathbf{830mA}$$

Portanto, a corrente da carga é 0,083 A.

Obtidos os dados essenciais, podemos elaborar o esquema do divisor de tensão.

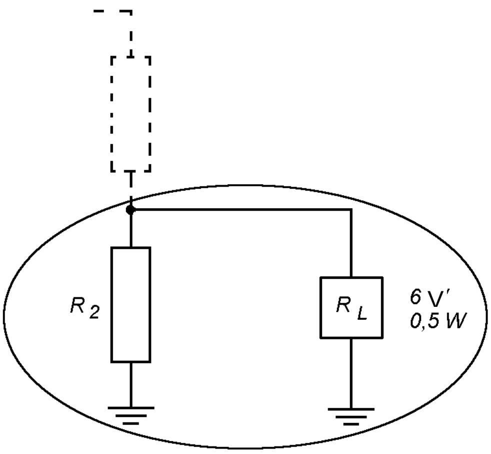


Dimensionamento do resistor R_2

O valor de R_2 é determinado a partir da **Lei de Ohm**:

$$\mathbf{R_2 = \frac{V_{R2}}{I_{R2}}}$$

Deve-se, então, calcular V_{R2} e I_{R2}. Uma vez que R_2 e carga R_L estão em paralelo, o valor da tensão sobre R_2 é igual ao valor da tensão sobre a carga.
Neste caso, $V_{R2} = V_{RL} = 6$ V.



O cálculo do valor de R_2 pela Lei de Ohm é feito a partir da corrente neste resistor. Como esse valor não é fornecido no enunciado do problema, deve-se escolher um valor para essa corrente. Normalmente estima-se o valor desta corrente (I_{R2}) como sendo 10% da corrente de carga.

Então, I_{R2} = 10% de I_{RL}, ou seja:
$I_{R2} = 0,1 . I_{RL}$

I_{R2} = 0,1 . 0,083 = 0,0083 A ou 8,3 mA

Calcula-se, então, o valor do resistor R_2 aplicando-se a Lei de Ohm:

$$R_2 = \frac{V_{R2}}{I_{R2}} = \frac{6}{0,0083} = 723\,\Omega$$

Dimensionamento do valor de R_1
Para determinar o valor do resistor R_1, aplica-se também a **Lei de Ohm**, bastando para isso que se determine os valores de V_{R1} e I_{R1}.

Para saber a queda de tensão em R_1 aplica-se a **Segunda Lei de Kirchhoff**:
$V_{CC} = V_{R1} + V_{R2}$

Desta forma, a queda de tensão sobre R_1 eqüivale à tensão de entrada menos a tensão de saída. Ou seja:

$V_{R1} = V_{CC} - V_{R2}$ ou $V_{R1} = V_{CC} - V_{SAÍDA}$

$V_{R1} = 10 – 6$ **$V_{R1} = 4$ V**

Por sua vez, a corrente em R_1 corresponde à soma das correntes em R_2 e R_L de acordo com a **Primeira Lei de Kirchhoff**.

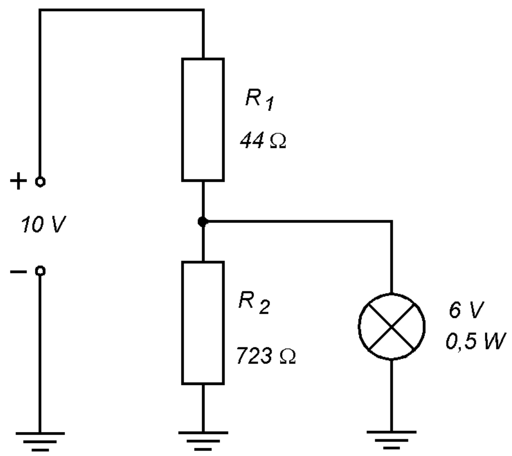
$I_{R1} = I_{R2} + I_{RL}$

I_{R1} = 0,0083 + 0,083 **I_{R1} = 0,0913 A ou 91,3 mA**

Substituindo, então, V_{R1} e I_{R2} na Lei de Ohm, temos:

$$R_1 = \frac{V_{R1}}{I_{R1}} \qquad R_1 = \frac{4}{0,0913} \qquad \mathbf{R_1 = 44\ \Omega}$$

A figura que segue, ilustra um circuito divisor de tensão com os valores de R_1 e R_2 calculados.



Padronização dos valores dos resistores
Normalmente os valores encontrados através do cálculo, não coincidem com os valores padronizados de resistores que se encontram no comércio.

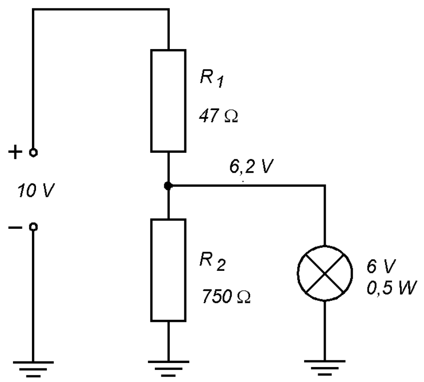
Após realizar o cálculo, devemos escolher os resistores comerciais mais próximos dos calculados.

Desse modo, no divisor usado como exemplo, existem as seguintes opções:

Resistor	Valor calculado em ohms (Ω)	Valor comercial em ohms (Ω)	
		Valor menor	Valor maior
R_1	44	43	47
R_2	723	680	750

Observação
Quando a opção é pelo valor comercial **mais alto** de R_1, deve-se optar também pelo valor **mais alto de R_2** ou vice-versa.

Nesse caso, a configuração do divisor é a da figura abaixo que mostra o circuito já recalculado. A substituição dos resistores calculados por valores padronizados provoca diferenças nas tensões do divisor. As tensões do divisor sempre devem ser recalculadas com os valores padronizados.



$V_{R2} = I_{R2} \cdot R_2 = 0{,}0083 \cdot 750 = \mathbf{6{,}2\ V}$

Como podemos observar na ilustração acima, a padronização dos resistores provoca uma pequena diferença na tensão de saída do divisor, neste caso, de 6 V para 6,2 V.

Determinação da potência de dissipação dos resistores

Uma vez definidos os resistores padronizados e as tensões do divisor, determinam-se as potências de dissipação dos resistores.

$\mathbf{P_{R1} = V_{R1} \cdot I_{R1}}$ $\quad$ $\mathbf{P_{R2} = V_{R2} \cdot I_{R2}}$

Do circuito são obtidos os dados necessários para os cálculos:

$P_{R2} = 6{,}2V \cdot 0{,}0083A =$ **0,05 W** (dissipação real)

Como $V_{R1} = V_{CC} – V_{R2}$: $\quad V_{R1} = 10 – 6{,}2 \quad V_{R1} = 3{,}8\ V$

$P_{R1} = V_{R1} \cdot I_{R1}$ $\quad P_{R1} = 3{,}8 \cdot 0{,}0913 =$ **0,34 W** (dissipação real)

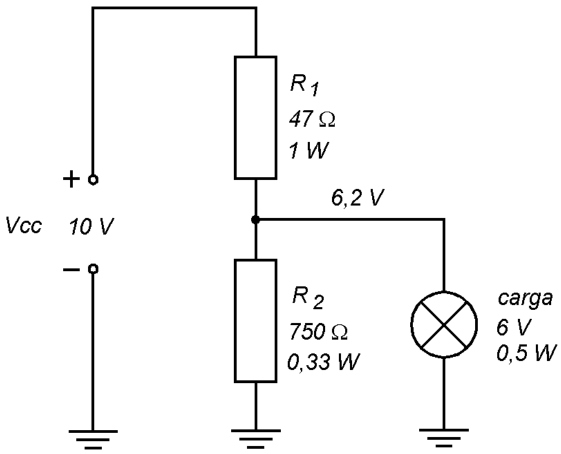
Observação

Recomenda-se usar resistores com potência de dissipação máxima pelo menos duas vezes maior que a dissipação real, para evitar aquecimento.

Os valores das potências de dissipação normalmente encontradas no comércio são: 0,33 W, 0,4 W, 0,5 W, 1 W, 2 W, 3 W...,

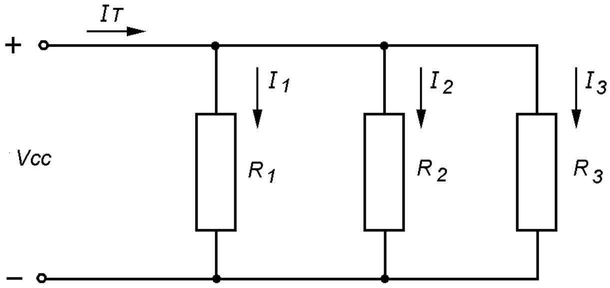
Assim, P_{R1} nominal = 1 W e P_{R2} nominal = 0,33 W

O diagrama final do divisor fica conforme a figura que segue.

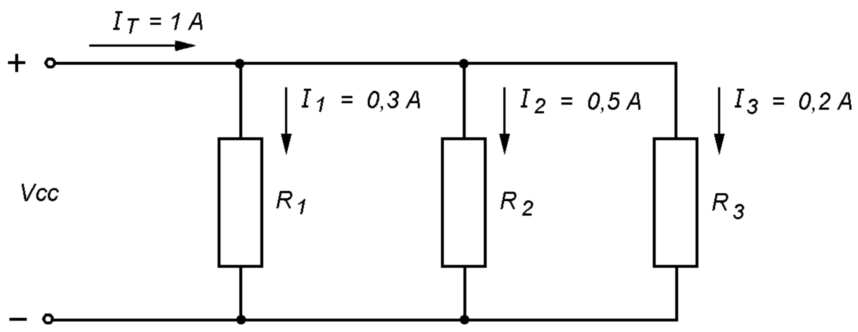


Divisor de corrente

O divisor de corrente é formado por uma associação paralela de resistores, na qual a corrente total da associação se divide nos resistores, inversamente proporcional aos valores ôhmicos de cada um deles.



O circuito divisor de corrente serve para fornecer parte da corrente total do circuito, para um componente ou circuito.



O valor da corrente elétrica em cada resistor depende do valor do resistor e da corrente total da associação.

Através das leis de Ohm e Kirchhoff é possível obter o valor da corrente elétrica em cada resistor.

A corrente elétrica em um resistor, por exemplo R_1, pode ser obtida a partir das equações:

Ohm	**Kirchhoff**
$I_1 = \dfrac{V_1}{R_1}$	$I_1 = I_T - (I_2 + I_3)$

A tensão V_{CC} aplicada no circuito pode ser calculada pela equação:

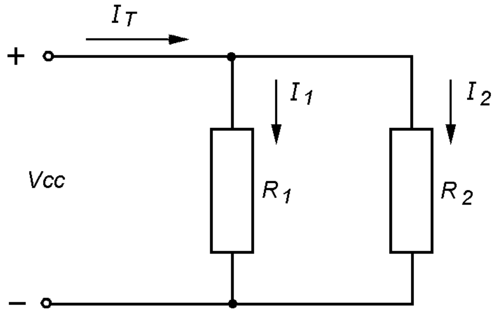
$V_{CC} = R_T \cdot I_T$

Substituindo o parâmetro V_{CC} na equação da corrente, é possível determinar a corrente no resistor a partir da corrente total, resistências do circuito:

$$I_1 = \frac{R_T \cdot I_T}{R_1}$$

Divisor de corrente com dois resistores

Um circuito divisor de corrente com dois resistores é formado por dois resistores em paralelo.



A resistência equivalente ou total nesse circuito pode ser calculada pela equação:

$$R_T = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

A equação genérica do divisor de corrente é:

$$\mathbf{I_1} = \frac{\mathbf{R_T} \cdot \mathbf{I_T}}{\mathbf{R_1}}$$

Substituindo o parâmetro R_T da equação genérica pela equação da resistência equivalente, temos:

$$\mathbf{I_1} = \frac{\cancel{\mathbf{R_1}} \cdot \mathbf{R_2}}{\cancel{\mathbf{R_1}} \cdot (\mathbf{R_1} + \mathbf{R_2})} \cdot \mathbf{I_T} = \frac{\mathbf{R_2}}{\mathbf{R_1} + \mathbf{R_2}} \cdot \mathbf{I_T}$$

Para determinar a corrente I_2, o procedimento é o mesmo, e a equação final é apresentada a seguir.

$$I_1 = \frac{R_1 . I_T}{R_1 + R_2}$$

Vamos supor que uma associação de resistores em paralelo é composta por dois resistores, com valores de 18 KΩ e 36 KΩ. A corrente total desta associação é de 600 mA.
A partir desses dados, é possível determinar as correntes nos resistores.

Formulando a questão, temos os seguintes dados:

- Resistor R_1 = 16 KΩ

- Resistor R_2 = 36 KΩ
- I_T = 600 mA ou 0,6 A

$$I_1 = \frac{R_2 \cdot I_T}{R_1 + R_2} = \frac{36 \cdot 0{,}6}{18 + 36} = \frac{21{,}6}{54} = 0{,}4\ \text{A} = 400\text{mA}$$

$$I_2 = \frac{R_1 \cdot I_T}{R_1 + R_2} = \frac{18 \cdot 0{,}6}{18 + 36} = \frac{10{,}8}{54} = 0{,}2\text{A} = 200\text{mA}$$

Exercícios

1. Responda às seguintes perguntas:

a) Qual é a função de um divisor de tensão?

b) O que diferencia um divisor de corrente de um divisor de tensão?

c) O que ocorre com as tensões nos resistores que compõem o divisor, ao se conectar a carga?

d) Qual o significado da notação V_{CC}?

e) Em um divisor de corrente, quais fatores influenciam no valor da corrente elétrica em cada resistor?

2. Resolva os problemas que seguem:

a) Faça o esquema do divisor de tensão e dimensione os dois resistores. Esse divisor fornecerá tensão a um circuito que necessita de 4,5 V e dissipa uma potência de 33 mW. A fonte de alimentação a ser usada é de 12 V_{CC}.

b) Faça o esquema e calcule as correntes de um divisor de corrente com as seguintes características.

- $R_1 = 120\ \Omega$
- $R_2 = 40\ \Omega$
- $I_T = 2$ A

c) Um divisor de tensão sem carga é formado por uma fonte de alimentação de 18 V_{CC} e quatro resistores com os seguintes valores: $R_1 = 18\ \Omega$, $R_2 = 12\ \Omega$, $R_3 = 36\ \Omega$ e $R_4 = 24\ \Omega$. Calcule a tensão em cada resistor, utilizando a equação do divisor de tensão.

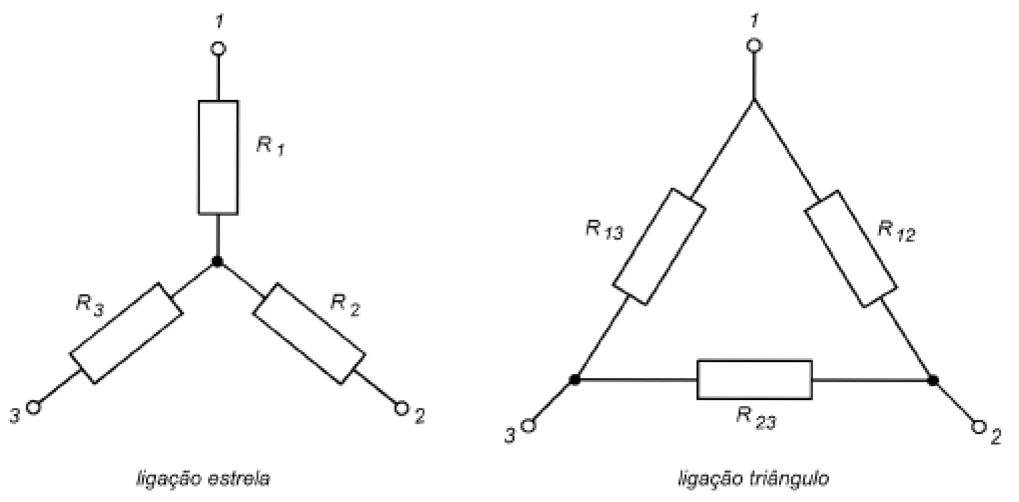
Análise de circuitos por Kirchhoff

A análise de circuitos por Kirchhoff é um dos métodos que possibilita a análise de circuitos para se determinar incógnitas, tensões e correntes. Esse é o assunto do presente capítulo. Associações de resistores em estrela e em triângulo e a transformação de uma ligação em outra: estrela para triângulo e triângulo para estrela também serão estudadas.

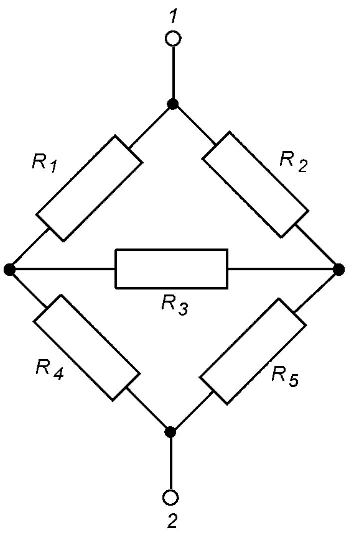
Para um bom acompanhamento desse capítulo é necessário que você saiba as leis de Kirchhoff e a lei de Ohm.

Associações de resistores em estrela e em triângulo

Muitos circuitos podem apresentar ligações em estrela ou triângulo em suas associações de resistores.

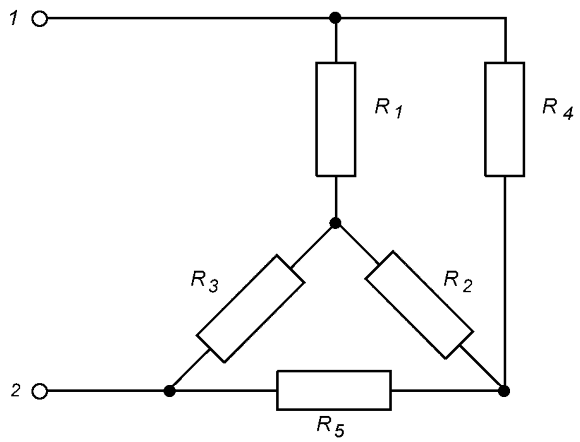


Muitas vezes, esses tipos de associações dificultam a análise do circuito e tornam **impossível** o cálculo da resistência equivalente da associação através de **desdobramentos série e paralelo**. Veja a figura que segue apresentando que é impossível obter a resistência equivalente uma associação através de desdobramentos série e paralelo.



Nessa associação o resistor R_3 não está em série e nem em paralelo com qualquer outro resistor.

Um outro exemplo de associação sem resolução através de desdobramentos série e paralelo, é apresentado a seguir.



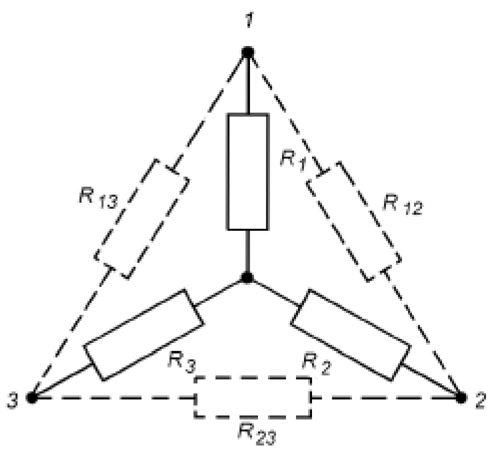
Nessa associação é o resistor R_4 que dificulta a resolução, pois não está em série ou em paralelo com outros resistores da associação.

Para conseguir determinar a resistência equivalente de uma associação que apresenta essa dificuldade, é necessário transformar uma associação triângulo em estrela, ou uma associação estrela em triângulo, de acordo com a necessidade do circuito em análise.

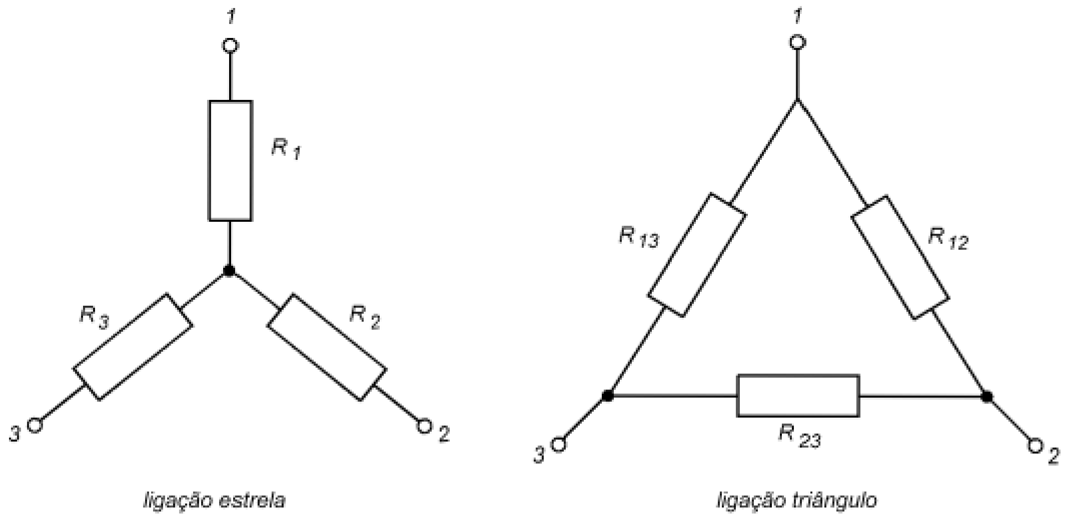
A transformação de um tipo de ligação em outro **não altera o restante do circuito**, e é feita de **forma teórica**, para facilitar a análise de circuito. Isso significa que o circuito físico permanece inalterado.

Transformação de ligação estrela em ligação triângulo

Na transformação de um circuito estrela em triângulo, considera-se um triângulo externo a esse circuito, tendo os pontos de ligações comuns tanto na ligação estrela como na ligação triângulo.



O circuito triângulo equivalente fica da seguinte forma.



Para determinar os valores das resistências da associação em triângulo equivalente, as seguintes equações são usadas:

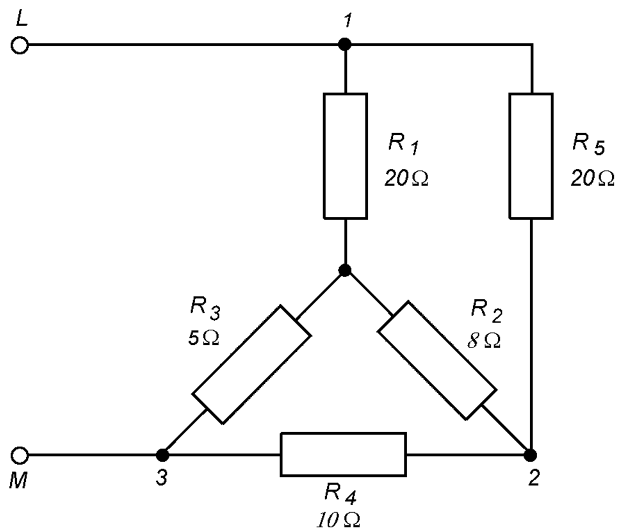
$$R_{12} = \frac{R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot R_3 + R_2 \cdot R_3}{R_3}$$

$$R_{23} = \frac{R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot R_3 + R_2 \cdot R_3}{R_1}$$

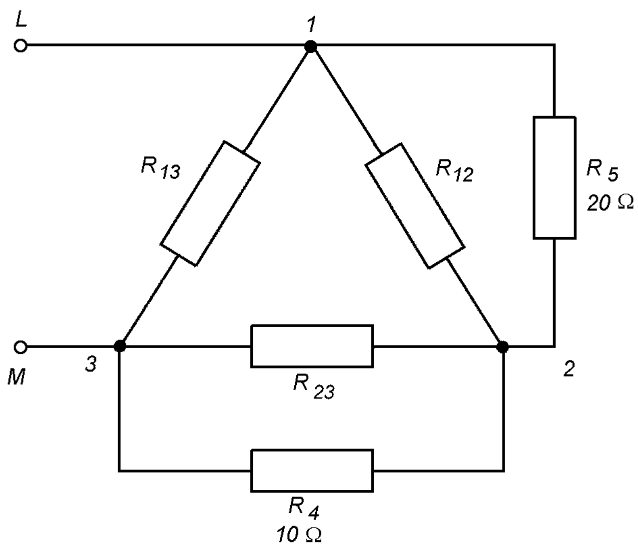
$$R_{13} = \frac{R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot R_3 + R_2 \cdot R_3}{R_2}$$

As equações acima podem ser enunciadas da seguinte forma:
“A resistência equivalente entre dois terminais da ligação triângulo é igual a soma dos produtos das combinações dois a dois, dos resistores da ligação estrela. Esse resultado deve ser dividido pelo resistor que não faz parte desses dois terminais.

Tomando como exemplo o circuito que segue, para calcular a resistência equivalente entre os terminais L e M é necessário que se faça uma transformação de ligação estrela para triângulo.



Os resistores R_1, R_2, e R_3, que formam uma associação em estrela nos pontos 1, 2 e 3, podem ser substituídos por uma associação em triângulo conforme a figura que segue.



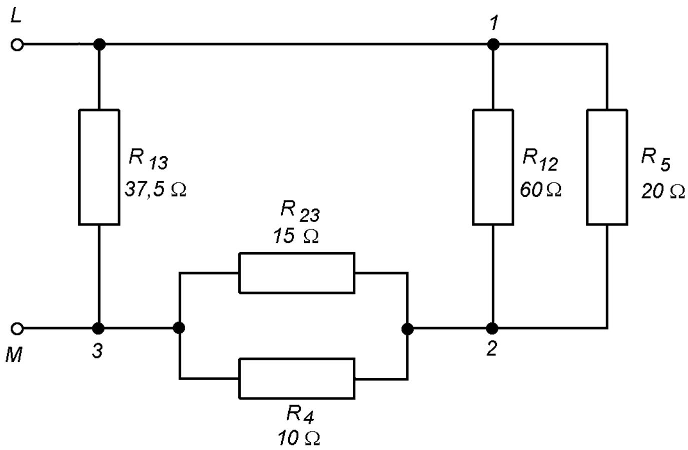
Para o dimensionamento dos resistores da associação em triângulo R_{12}, R_{23} e R_{13}, utiliza-se as seguintes equações:

$$R_{12} = \frac{R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot R_3 + R_2 \cdot R_3}{R_3} = \frac{20 \cdot 8 + 20 \cdot 5 + 8 \cdot 5}{5} = \frac{160 + 100 + 40}{5} = \frac{300}{5} = 60\Omega$$

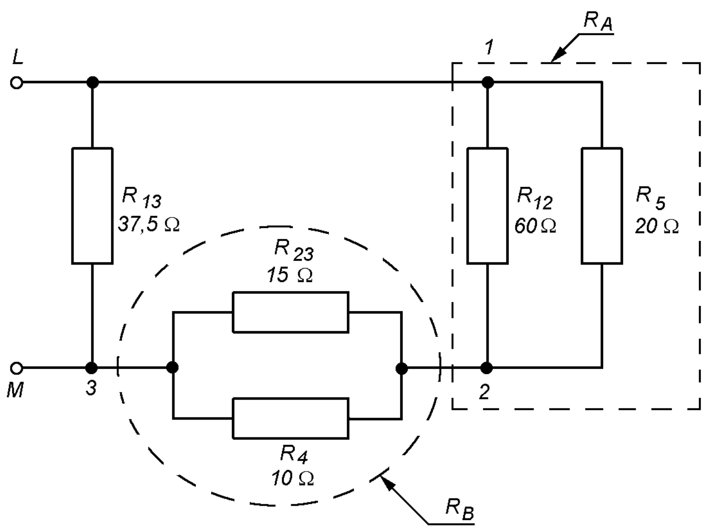
$$R_{23} = \frac{R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot R_3 + R_2 \cdot R_3}{R_1} = \frac{20 \cdot 8 + 20 \cdot 5 + 8 \cdot 5}{20} = \frac{160 + 100 + 40}{20} = \frac{300}{20} = 15\Omega$$

$$R_{13} = \frac{R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot R_3 + R_2 \cdot R_3}{R_2} = \frac{20 \cdot 8 + 20 \cdot 5 + 8 \cdot 5}{8} = \frac{160 + 100 + 40}{8} = \frac{300}{8} = 37{,}5\Omega$$

Reorganizando o circuito temos, R_{12} em paralelo com R_5, e R_{23} em paralelo com R_4.



As associações em paralelo R_{12}//R_5 e R_{23}//R_4, podem ser substituídas respectivamente por um resistor cada uma, identificados, por exemplo, por R_A e R_B.

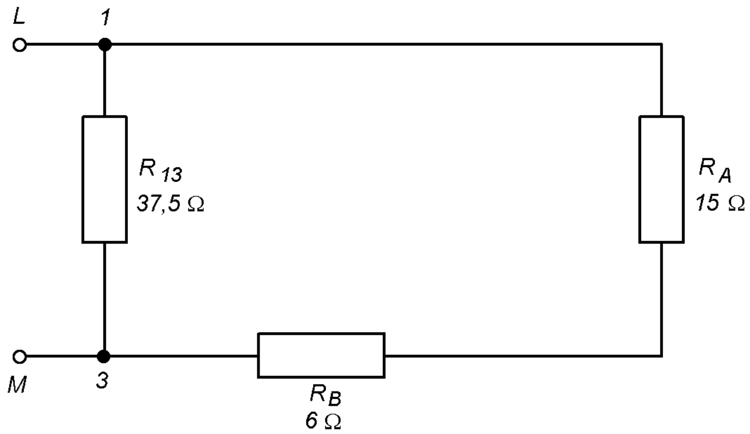


Para o cálculo de resistência equivalente em uma associação em paralelo com dois resistores, usa-se a equação a seguir.

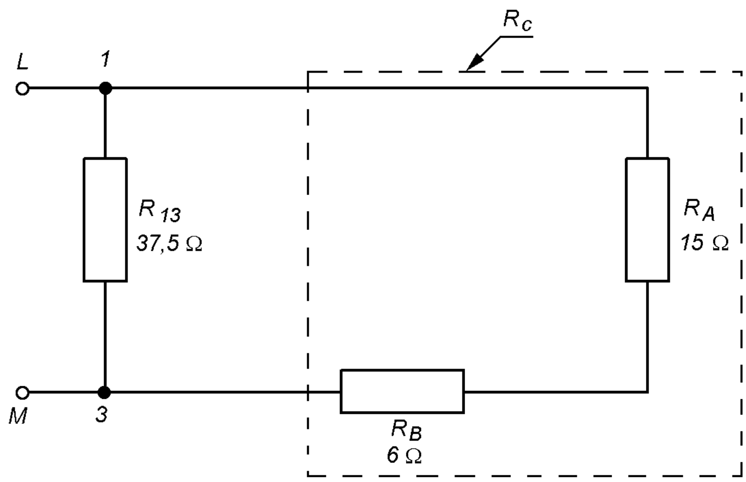
$$R_A = \frac{R_{12} \cdot R_5}{R_{12} + R_5} = \frac{\mathbf{60 \cdot 20}}{\mathbf{60 + 20}} = \frac{\mathbf{1200}}{\mathbf{80}} = \mathbf{15\Omega}$$

$$R_B = \frac{R_{23} \cdot R_4}{R_{23} + R_4} = \frac{\mathbf{15 \cdot 10}}{\mathbf{15 + 10}} = \frac{\mathbf{150}}{\mathbf{25}} = \mathbf{6\Omega}$$

Substituindo os resistores em paralelo pelos resistores calculados, R_A e R_B, temos o seguinte esquema:



No circuito apresentado, os resistores R_A e R_B estão em série e podem ser substituídos por um único resistor. O resistor equivalente pode ser chamado de R_C, por exemplo.

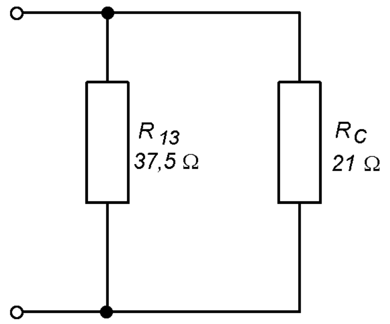


A resistência equivalente R_C pode ser calculada pela equação:

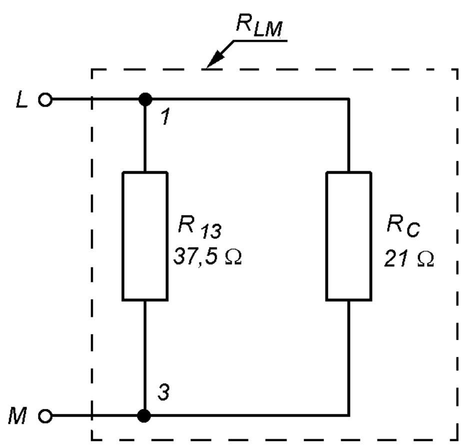
$R_C = R_A + R_B = 15 + 6 = 21\ \Omega$

$R_C = 21\ \Omega$

Redesenhando o circuito, temos:



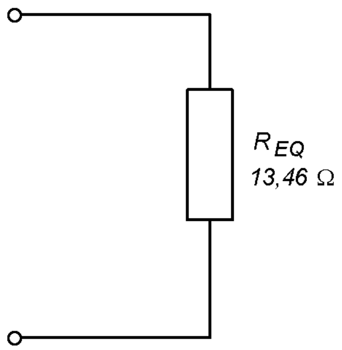
Novamente temos dois resistores em paralelo, R_{13}//R_C, que podem ser substituídos por um resistor, resistor, R_{LM}.



$$R_{LM} = \frac{R_{13} \cdot R_C}{R_{13} + R_C} = \frac{37,5 \cdot 21}{37,5 + 21} = \frac{787,5}{58,5} = 13,46\Omega$$

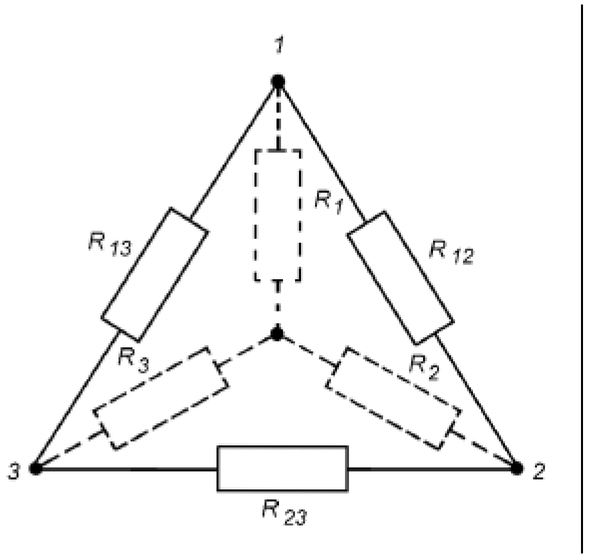
R_{LM}= 13,46 Ω

Portanto, toda a associação apresentada inicialmente pode ser substituída por um único resistor de 13,46 Ω, conforme figura que segue.

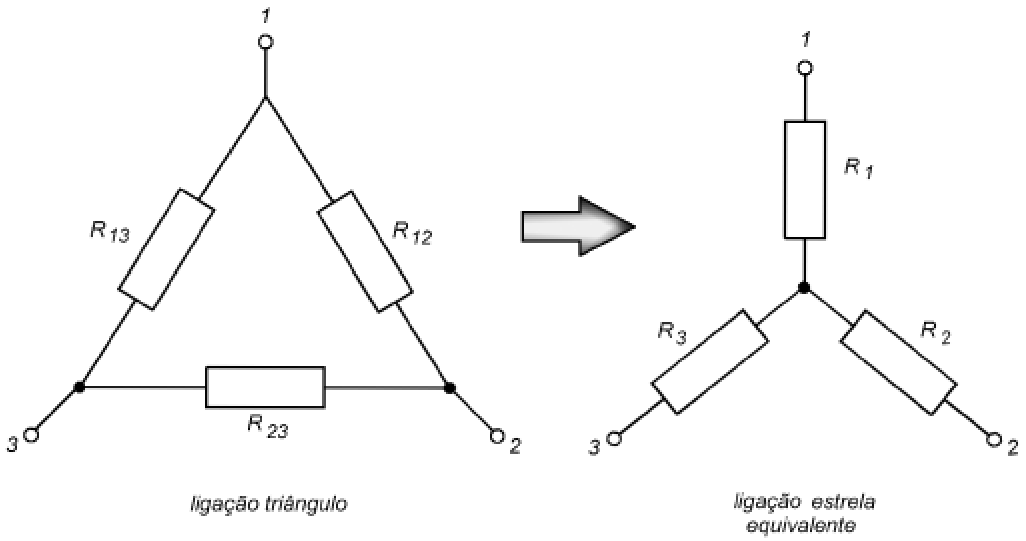


Transformação de triângulo para estrela

Na transformação de um circuito triângulo em estrela, considera-se uma associação em estrela dentro desse circuito, cujos pontos de ligações são comuns tanto na ligação triângulo como na ligação estrela.



O circuito estrela equivalente fica da seguinte forma.



Para determinar os valores das resistências da associação em estrela equivalente, usam-se as seguintes equações:

$$R_1 = \frac{R_{12} \cdot R_{13}}{R_{12} + R_{13} + R_{23}}$$

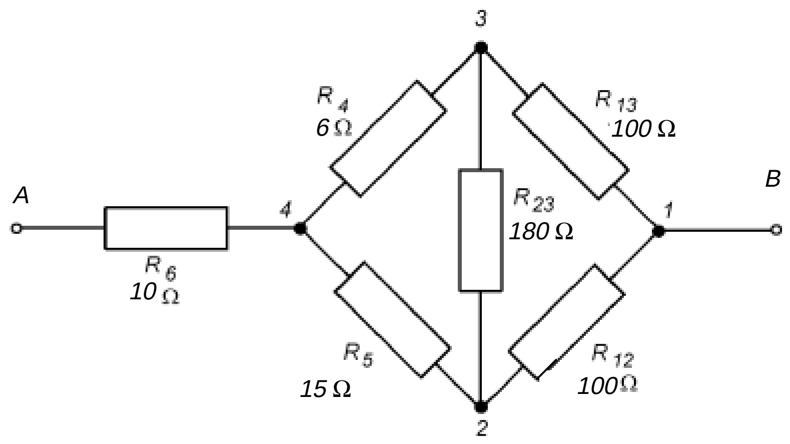
$$R_2 = \frac{R_{12} \cdot R_{23}}{R_{12} + R_{13} + R_{23}}$$

$$R_3 = \frac{R_{13} \cdot R_{23}}{R_{12} + R_{13} + R_{23}}$$

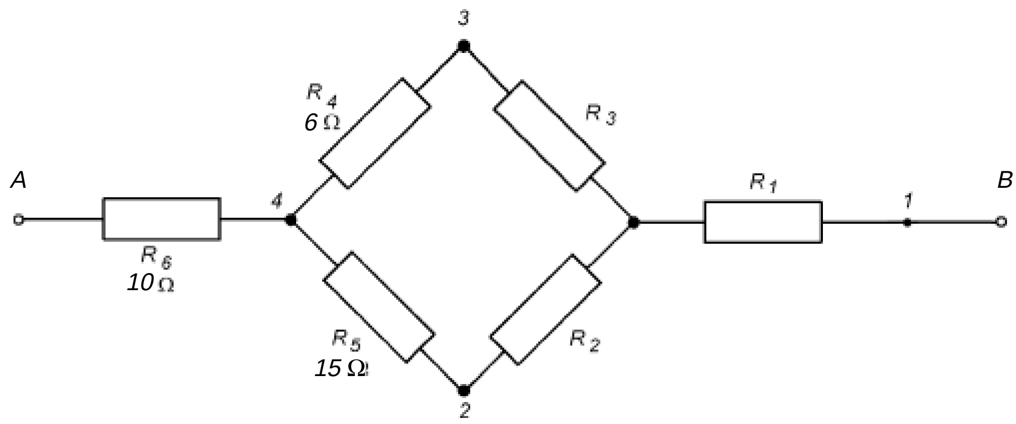
As equações acima podem ser enunciadas da seguinte forma:

“A resistência equivalente entre um dos terminais e o comum (0 V) da ligação estrela equivalente, é igual ao produto dos dois resistores da ligação triângulo que fazem parte deste terminal, dividido pela soma dos três resistores.

Tomando como exemplo o circuito que segue, para calcular a resistência equivalente entre A e B é necessário que se faça uma transformação de ligação triângulo para ligação estrela.



Os resistores R_{12}, R_{23}, e R_{13}, que formam uma associação em triângulo nos pontos 1, 2 e 3. Eles podem ser substituídos por uma associação em estrela conforme a figura que segue.



Para o dimensionamento dos resistores da associação em triângulo R_{12}, R_{23} e R_{13}, utiliza-se as equações:

$$R_1 = \frac{R_{12} \cdot R_{13}}{R_{12} + R_{13} + R_{23}} = \frac{100 \cdot 120}{100 + 120 + 180} = \frac{1200}{400} = 30\ \Omega$$

R_1 = 30 Ω

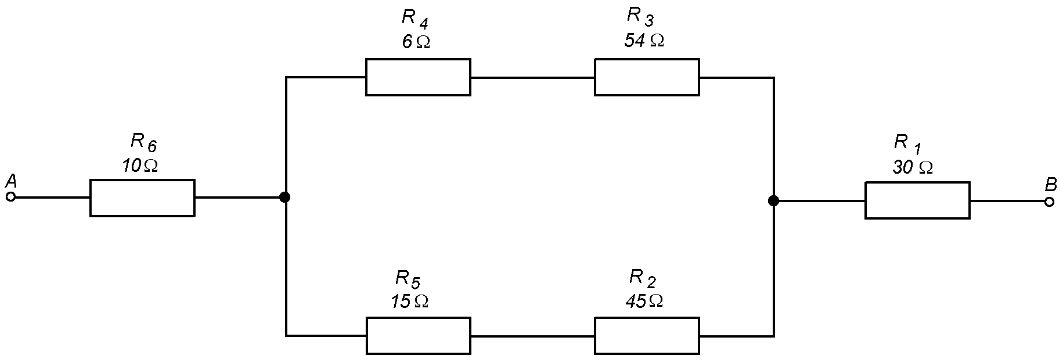
$$R_2 = \frac{R_{12} \cdot R_{23}}{R_{12} + R_{13} + R_{23}} = \frac{100 \cdot 180}{100 + 120 + 180} = \frac{18000}{400} = \mathbf{45\ \Omega}$$

R_2 = 45 Ω

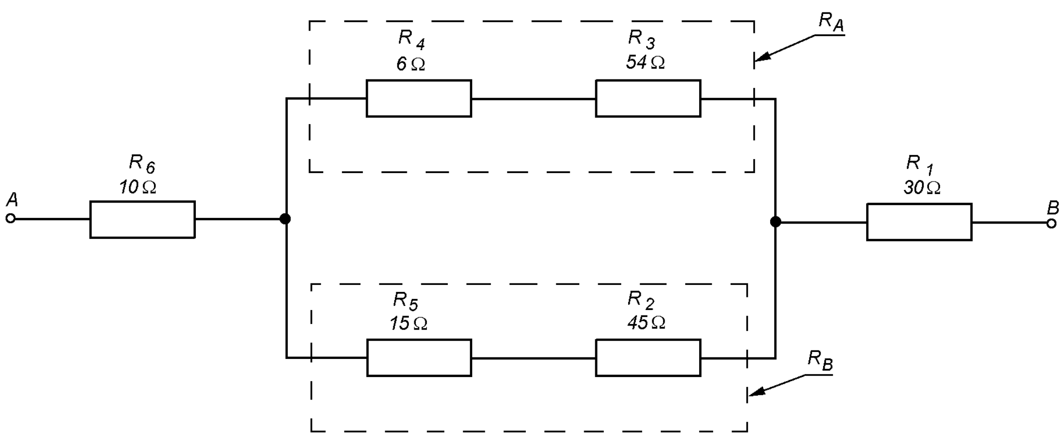
$$R_3 = \frac{R_{13} \cdot R_{23}}{R_{12} + R_{13} + R_{23}} = \frac{120 \cdot 180}{100 + 120 + 180} = \frac{21600}{400} = 54\ \Omega$$

R_3 = 54 Ω

Reorganizando o circuito temos, R_3 em série com R_4, e R_2 em série com R_5.



As associações em série R_3//R_4 e R_2//R_5, podem ser substituídas respectivamente por um resistor cada uma, identificados, por exemplo por R_A e R_B.



Para o cálculo de resistência equivalente dessas associações em série, usa-se a equação a seguir.

$R\ \ = R_3\ \ \ \ _4 = 6 + 54\ \ = 60$

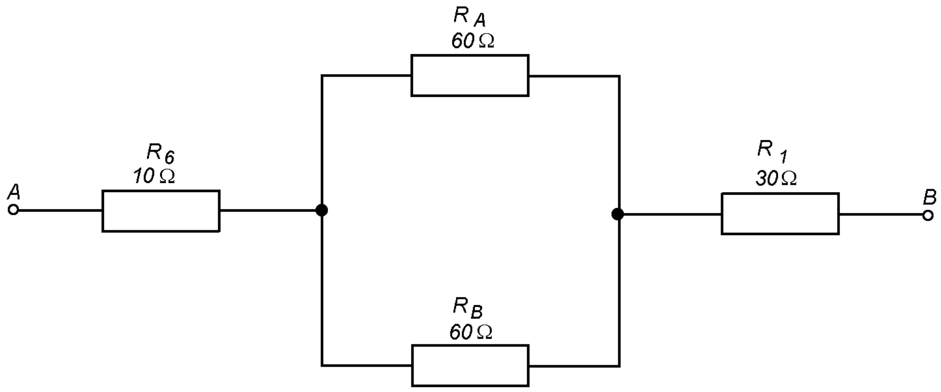
R_A Ω

$R_B\ \ \ \ _2 + R\ \ = 15 + 45 = 60\ \Omega$

$_B = 60\ \Omega$

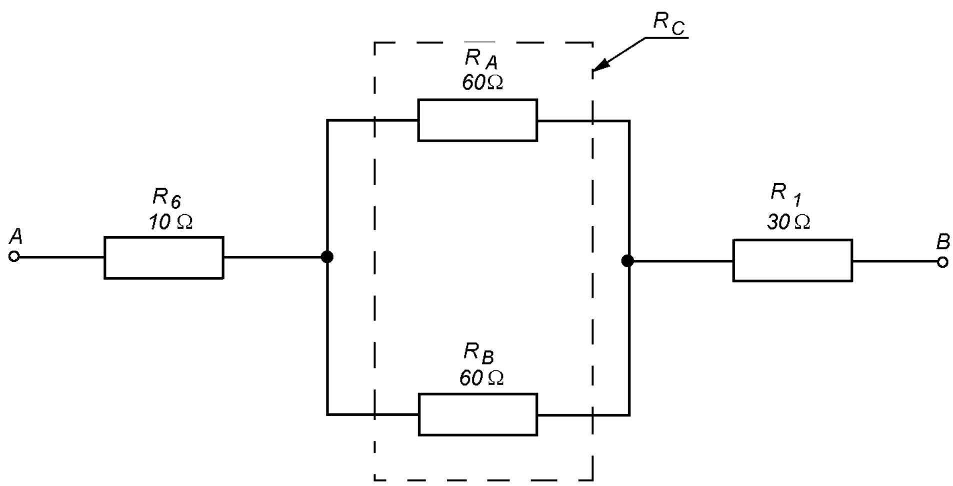
A B

seguinte esquema.



A B

substituídos por um único resistor. O resistor equivalente pode ser chamado de R ,



A resistência equivalente R pode ser calculada pela equação:

$$R_C = \frac{R}{N}$$

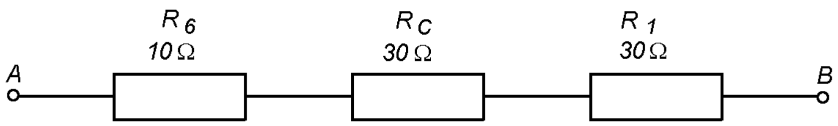
Observação

Essa equação é utilizada em associações em paralelo, com resistores de mesmo valor, e na qual **R** é o valor dos resistores associados e **N** é a quantidade de resistores que compõem a associação. Logo:

$$R_C = \frac{\mathbf{60}}{\mathbf{2}}$$

$\mathbf{R_C = 30\ \Omega}$

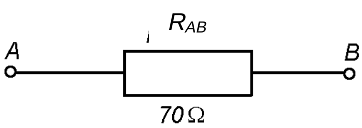
Redesenhando o circuito, temos:



No circuito acima, os três resistores em série, R_1, R_C e R_6 podem ser substituídos por um resistor, R_{AB}.

$R_{AB} = R_6 + R_C + R_1 = 10 + 30 + 30 = 70\ \Omega$

Portanto, toda a associação apresentada inicialmente pode ser substituída por um único resistor de 70 Ω, conforme figura que segue.



Análise de circuitos por Kirchhoff

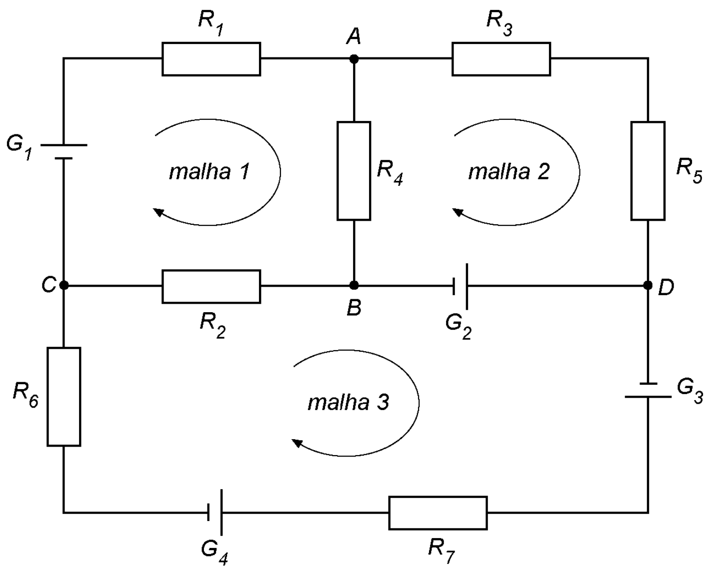
A análise de circuitos por Kirchhoff, tem por finalidade facilitar a análise de circuitos complexos, tornando mais fácil o cálculo de tensões e correntes desconhecidas.

Definições básicas

Todo circuito elétrico com associações de resistores em série e em paralelo é composto por;

- **ramo ou braço**, que é o trecho do circuito constituído por um os mais elementos ligados em série;
- **nó ou ponto**, que é a intersecção de três ou mais ramos;
- **malha**, que é todo circuito fechado constituído de ramos; e
- **bipolo elétrico**, que é todo dispositivo elétrico com dois terminais acessíveis, fonte ou carga.

A figura a seguir ilustra um circuito onde pode-se identificar os ramos, nós, malhas e bipolos.



O circuito apresentado é composto por:

- três malhas: malha 1, malha 2 e malha 3;
- quatro nós, identificados por A, B, C, e D;
- seis ramos; AB, AC, AD, BC, CD e BD, e
- onze bipolos elétricos; R_1, R_2, R_3, R_4, R_5, R_6, R_7, G_1, G_2, G_3 e G_4.

O método de análise de um circuito por Kirchhoff envolve **quatro regras básicas**.

1. Adota-se um sentido **qualquer** para as correntes nos ramos e malhas.

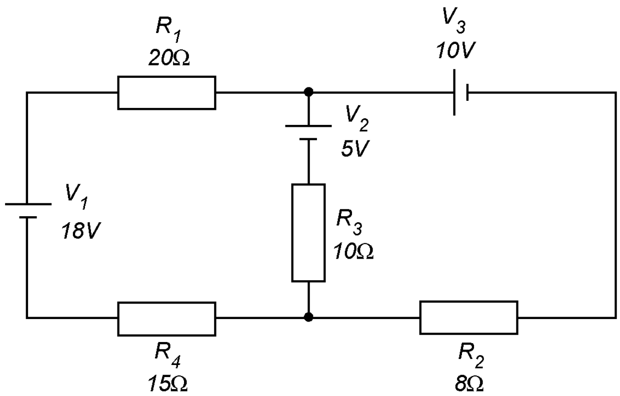
2. Orientam-se as tensões nos bipolos elétricos que compõem os ramos: fonte com a seta indicativa do pólo negativo para o positivo e carga com a seta indicativa no sentido oposto ao sentido da corrente.
3. Aplica-se a primeira lei de Kirchhoff aos nós.
4. Aplica-se a segunda lei de Kirchhoff às malhas.

Observação

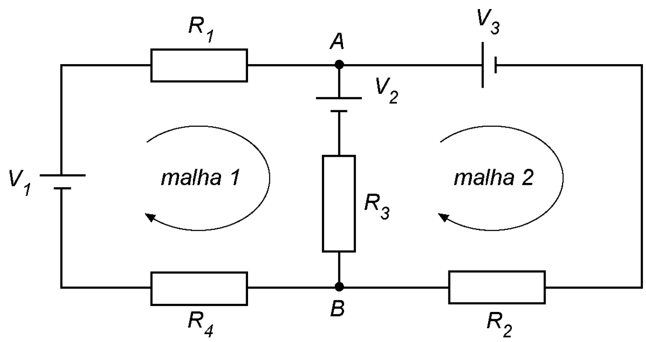
Se o resultado de uma equação para o cálculo de corrente elétrica for negativo, significa apenas que o sentido real da corrente elétrica é inverso ao escolhido, porém o valor absoluto obtido está correto.

Aplicando essas regras, chega-se às equações que determinam as incógnitas.

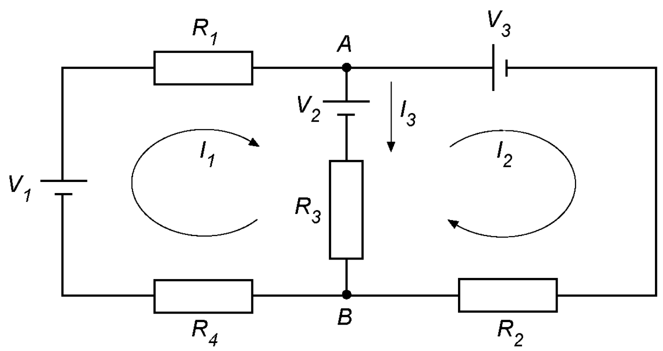
Exemplo: determinar os valores de correntes e tensões do circuito a seguir.



Esse circuito é formado por duas malhas que podem ser chamadas de *malha1* e *malha 2*, e dois nós que podem ser identificados por **A** e **B**, conforme figura a seguir.

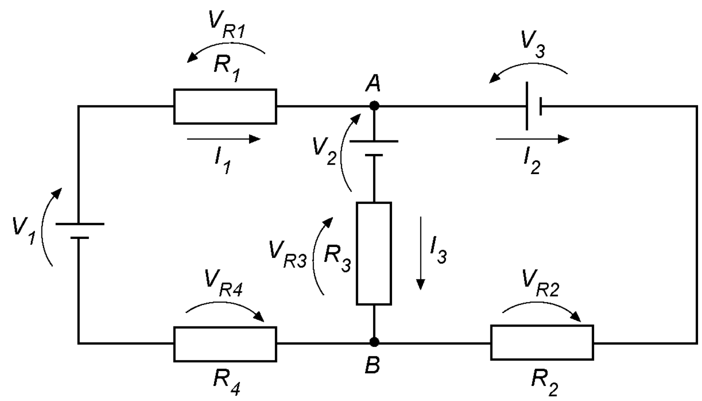


Aplicando a **primeira regra básica** no circuito, ou seja, adotar sentidos arbitrários de correntes nos ramos, o circuito fica da seguinte forma.



De acordo com a **segunda regra básica**, deve-se orientar as tensões nos bipolos elétricos do circuito, com os seguintes sentidos:

a) Nas fontes, a seta indicativa deve ter seu sentido do negativo para o positivo.
b) Nos resistores, o sentido da seta é oposto ao sentido da corrente elétrica no



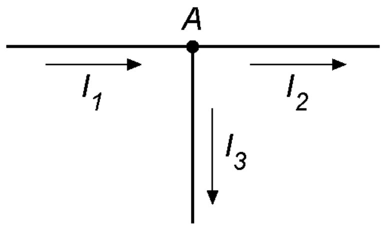
ramo.

A **terceira regra básica** determina que se aplique a Primeira Lei de Kirchhoff aos nós.

Observação

A primeira lei de Kirchhoff diz que "*a soma das correntes que chegam em um nó é igual a soma das correntes que saem deste mesmo nó, ou seja, a soma algébrica das correntes em um nó é igual a zero*".

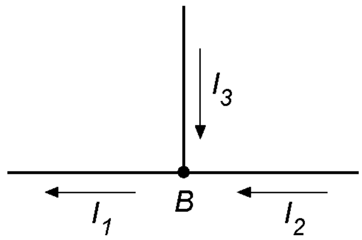
Analisando o **nó A**, a corrente I_1 **entra** no nó e as correntes I_2 e I_3, **saem** do nó.



Desta forma, temos a seguinte equação:

$+ I_1 - I_2 - I_3 = 0$ ⇐ **Equação 1**

Para o **nó B**, a análise é a mesma.



$+ I_2 + I_3 - I_1 = 0$

Multiplicando as correntes por -1, temos:

$- I_2 – I_3 + I_1 = 0$

Reordenando os termos:

$+ I_1 - I_2 - I_3 = 0$

Como se pode ver, as equações dos nós A e B são **iguais**, pois os nós fazem parte das mesmas malhas.

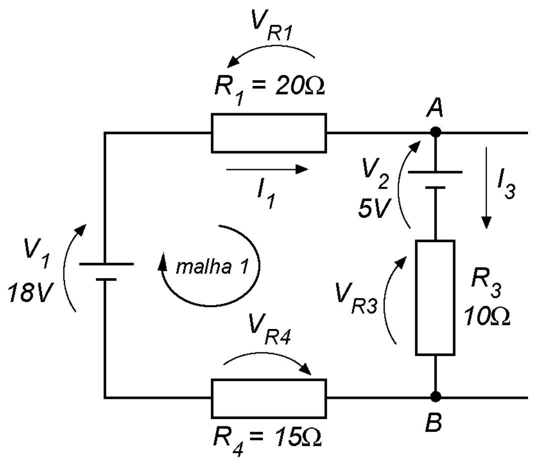
Em circuitos como este, não é necessária a análise dos dois nós. Basta a análise e a equação de apenas um nó.

De acordo com a **quarta regra básica**, deve-se aplicar a Segunda Lei de Kirchhoff nas malhas.

Observação

A Segunda Lei de Kirchhoff diz que "*a soma das tensões no sentido horário é igual a soma das tensões no sentido anti-horário, ou seja, a soma algébrica das tensões em uma malha é igual a zero.*"

Analisando as tensões na malha 1, cujo sentido adotado foi o horário, temos:



$+ V_1 - V_{R1} - V_2 - V_{R3} - V_{R4} = 0$

As tensões nos resistores, V_{R1}, V_{R3} e V_{R4} podem ser substituídas pela equações equivalentes da lei de Ohm.

A equação da lei de Ohm que determina a tensão é **V = R · I**.

Substituindo as variáveis V_{R1}, V_{R3} e V_{R4}, da equação obtida na malha, pelas equivalentes da lei de Ohm, temos:

$+ V_1 - (R_1.I_1) - V_2 - (R_3.I_3) - (R_4.I_1) = 0$

As notações dos parâmetros conhecidos devem ser substituídas pelos **valores equivalentes**.

$+ 18 - 20.I_1 - 5 - 10.I_3 - 15.I_1 = 0$

Organizando os parâmetros, temos:

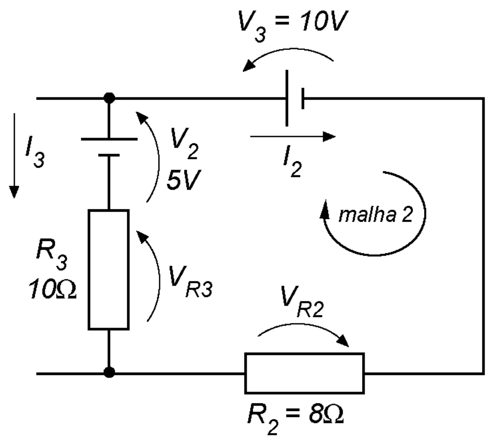
$+18 - 5 - 20.I_1 - 15.I_1 - 10.I_3 = 0$

Equacionando:

$13 - 35.\ I_1 - 10.I_3 = 0$

$\mathbf{-35 \cdot I_1 - 10 \cdot I_3 = -13}$ ⇐ **Equação 2**

Para se determinar a equação da malha 2, sentido horário, o procedimento deve ser igual ao desenvolvido na malha 1. Assim, analisando as tensões na malha 2, temos:



$+ V_2 + V_{R3} - V_3 - V_{R2} = 0$

As tensões nos resistores, V_{R2} e V_{R3}, podem ser substituídas pela equações equivalentes da lei de Ohm.

$+ V_2 + (R_3.I_3) - V_3 - (R_2.I_2) = 0$

As notações dos parâmetros conhecidos devem ser pelos valores equivalentes.

$+ 5 + 10.I_3 - 10 - 8.I_2 = 0$

Organizando os parâmetros, temos:

$+ 5 - 10 + 10.I_3 - 8.I_2 = 0$

Equacionando:

$\mathbf{- 5 + 10.I_3 - 8.I_2 = 0}$

$\mathbf{10.I_3 - 8.I_2 = 5}$ ⇐ **Equação 3**

Após ter aplicado as quatro regras básicas, obtém-se três equações, com três incógnitas, I_1, I_2 e I_3.

A partir dessas três equações, monta-se um **sistema de equações**.

$$\begin{cases} \mathbf{+ I_1 - I_2 - I_3 = 0} & \Leftarrow \boxed{\textbf{Equação 1}} \\ \mathbf{- 35.\ I_1 - 10.I_3 = - 13} & \Leftarrow \boxed{\textbf{Equação 2}} \\ \mathbf{10.I_3 - 8.I_2 = 5} & \Leftarrow \boxed{\textbf{Equação 3}} \end{cases}$$

Para a **resolução desse sistema** podem ser usados vários métodos, porém será utilizado o **método das substituições**, no qual equações equivalentes são substituídas.

Na equação 1, isola-se $\mathbf{I_2}$.

$$\mathbf{I_2 = I_1 - I_3} \qquad \Leftarrow \boxed{\textbf{Equação 4}}$$

Substituindo a equação 4 na equação 3, temos:

Equação 3
$10.I_3 - 8.\mathbf{I_2} = 5$

Equação 4
$I_2 = \mathbf{I_1 - I_3}$

$$10.I_3 - 8.(\mathbf{I_1 - I_3}) = 5$$

Equacionando:

$10.I_3 - 8.I_1 + 8.I_3 = 5$

$10.I_3 + 8.I_3 - 8.I_1 = 5$

$\mathbf{18.I_3 - 8.I_1 = 5}$ $\Leftarrow \boxed{\textbf{Equação 5}}$

Monta-se um **novo sistema** de equações com as equações **2** e **5**.

$$\begin{cases} \mathbf{- 35.\ I_1 - 10.I_3 = - 13} & \Leftarrow \boxed{\textbf{Equação 2}} \\ \mathbf{- 8.I_1 + 18.I_3 = 5} & \Leftarrow \boxed{\textbf{Equação 5}} \end{cases}$$

Deve-se **eliminar uma das variáveis**, por exemplo $\mathbf{I_3}$, pelo **método da adição**.

Para que isto seja possível, multiplica-se a **equação 5 por 10** e a **equação 2 por 18**.

$$\begin{cases} 35.\ I_1 - 10.I_3 = -13 \\ -8.I_1 + 18.I_3 = 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -35.\ I_1 - 10.I_3 = -13 \quad \mathbf{(X18)} \\ -8.I_1 + 18.I_3 = 5 \quad \mathbf{(X10)} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -630.\ I_1 - 180.I_3 = -234 \\ -80.I_1 + 180.I_3 = 50 \end{cases}$$

No entanto, **após as multiplicações** obtém-se o sistema equivalente:

$$\begin{cases} \mathbf{-630.\ I_1 - 180.I_3 = -234} \\ \mathbf{-80.I_1 + 180.I_3 = 50} \end{cases}$$

Para eliminar a variável I_3, faz se uma **soma algébrica** das equações obtidas nesse novo sistema.

$$\begin{array}{rcrcr} -630.I_1 & - & \cancel{180}.I_3 & = & -234 \\ -\ 80.I_1 & + & \cancel{180}.I_3 & = & 50 \\ \hline -710.I_1 & + & 0 & = & -184 \end{array}$$

Logo, o resultado dessa soma algébrica é:

$\mathbf{-710.I_1 = -184}$ ⇐ $\boxed{\textbf{Equação 6}}$

A partir da equação 6 é possível calcular a corrente I_1.

$-710.I_1 = -184$

$I_1 = \dfrac{-184}{-710}$

$\mathbf{I_1 = 0{,}259\ A}$ **ou 259 mA**

Para calcular a corrente I_3, deve-se substituir o valor de I_1 nas equações 2 ou 5.

A equação que usaremos nessa resolução será a **equação 5**, pois seus valores são menores.

$- 8.I_1 + 18.I_3 = 5$ ⇦ **Equação 5**

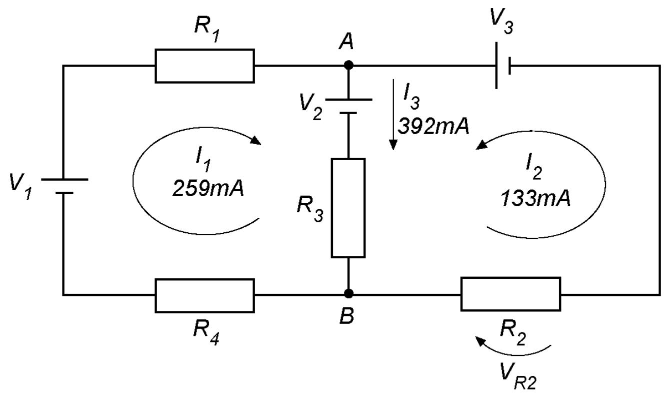
Para determinar o valor de I_3, deve-se substituir a notação I_1 pelo seu valor, 0,259 A.
$- 8.0,259 + 18.I_3 = 5$

Equacionando:
$- 8.0,259 + 18.I_3 = 5$
$- 2,072 + 18.I_3 = 5$
$18.I_3 = 5 + 2,072$
$18.I_3 = 7,072$
$$I_3 = \frac{7,072}{18}$$
$I_3 = 0,392$ A ou 392 mA
A corrente I_2, pode ser calculada a partir da equação 4.

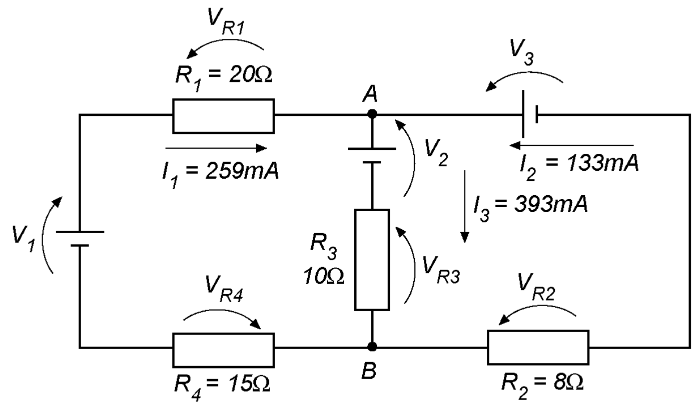
$I_2 = I_1 - I_3 \Rightarrow$ Equação 4

Equacionando:
$I_2 = I_1 - I_3$
$I_2 = 0,259 - 0,392$
$I_2 = - 0,133$ A ou -133 mA

Como o valor de I_2 é negativo, significa que seu sentido adotado é o inverso ao sentido real. Portanto, deve ser corrigido no esquema o sentido da corrente I_2 e da queda de tensão no resistor R_2 .



Sabendo-se os valores dos resistores e das correntes dos ramos, é possível calcular as tensões nos resistores, utilizando a lei de Ohm.



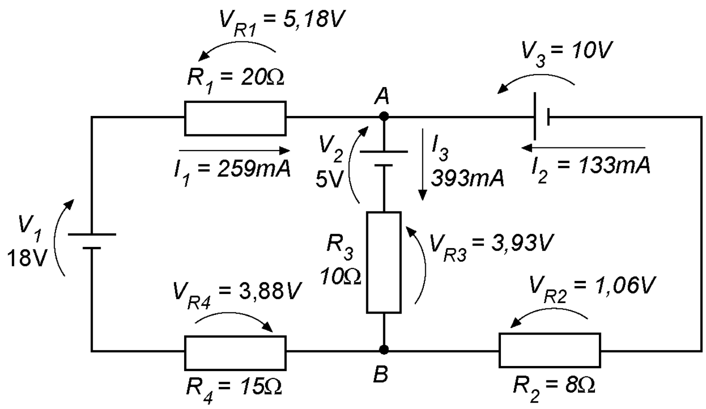
$V_{R1} = R_1 \cdot I_1 = 20 \cdot 0{,}259 =$ **5,18 V**

$V_{R2} = R_2 \cdot I_2 = 8 \cdot 0{,}133 =$ **1,06 V**

$V_{R3} = R_3 \cdot I_3 = 10 \cdot 0{,}393 =$ **3,93 V**

$V_{R4} = R_4 \cdot I_1 = 15 \cdot 0{,}259 =$ **3,88 V**

A figura a seguir ilustra o circuito com os valores de todos parâmetros elétricos.



Exercícios

1. Responda às seguintes perguntas:

a) Quando devemos usar transformações de circuitos estrela em triângulo ou triângulo em estrela em resoluções de circuitos?

b) Quando é feita uma transformação de circuitos de ligação estrela em ligação triângulo, deve-se alterar a montagem do circuito "físico"? Explique.

c) Qual a finalidade da análise de circuitos por Kirchhoff?

d) Qual é a diferença entre ramo e nó?

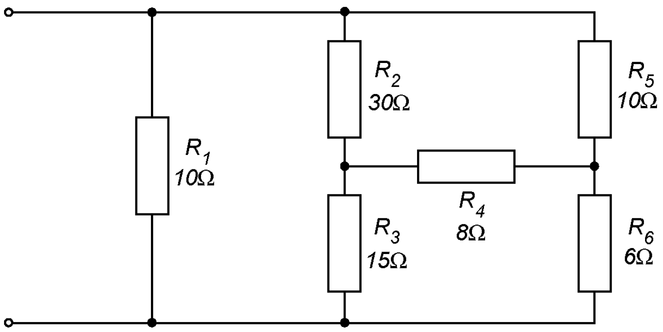
e) O que é bipolo elétrico?

f) O que indica o resultado negativo de uma equação para o cálculo de corrente?

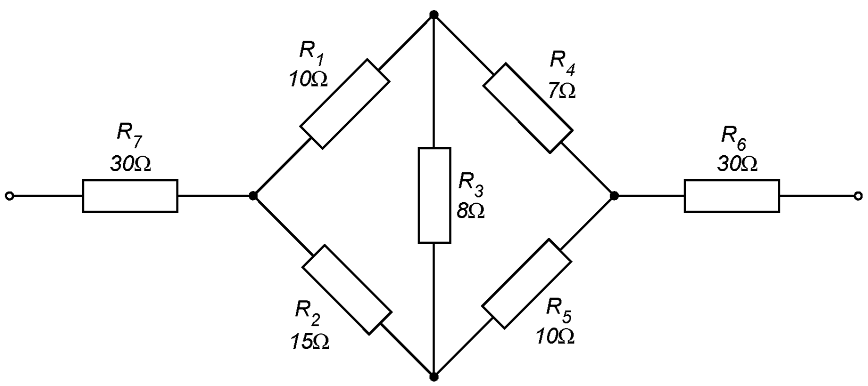
2. Resolva as seguintes questões:

a) Calcule a resistência equivalente dos circuitos que seguem. Faça a transformação de estrela para triângulo ou triângulo para estrela, conforme a necessidade do circuito:

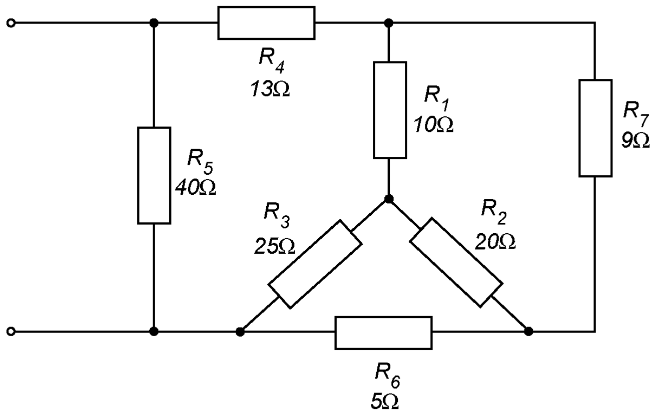
1)



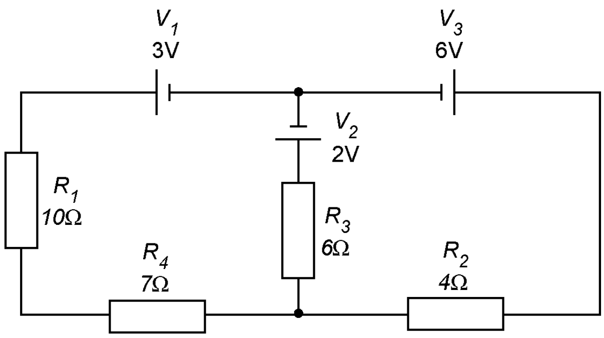
2)



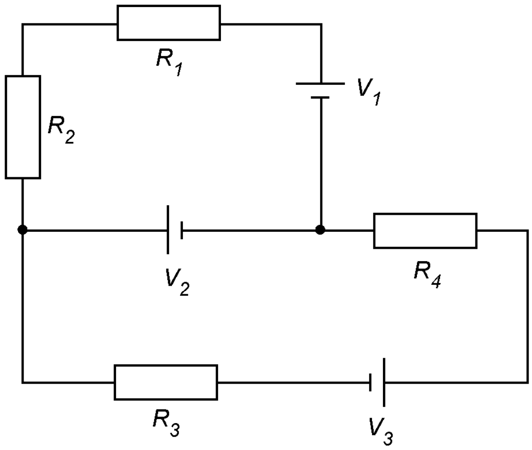
3)



b) Calcule as correntes nos ramos e as tensões nos resistores no circuito apresentado.



c) No circuito que segue, calcular os parâmetros desconhecidos.



$R_1 = 45\ \Omega$

$R_2 = 32\ \Omega$

$R_3 = 12\ \Omega$

$R_4 = 16\ \Omega$

$V_1 = 7\ V$

$V_2 = 9\ V$

$V_3 = 12\ V$

Teorema de Thévenin

A análise de circuitos com o auxílio do teorema de Thévenin é utilizada quando é necessário descobrir o valor da corrente ou da tensão em um determinado componente no circuito, sem considerar esses parâmetros elétricos, ou seja, a corrente e a tensão, nos outros componentes.

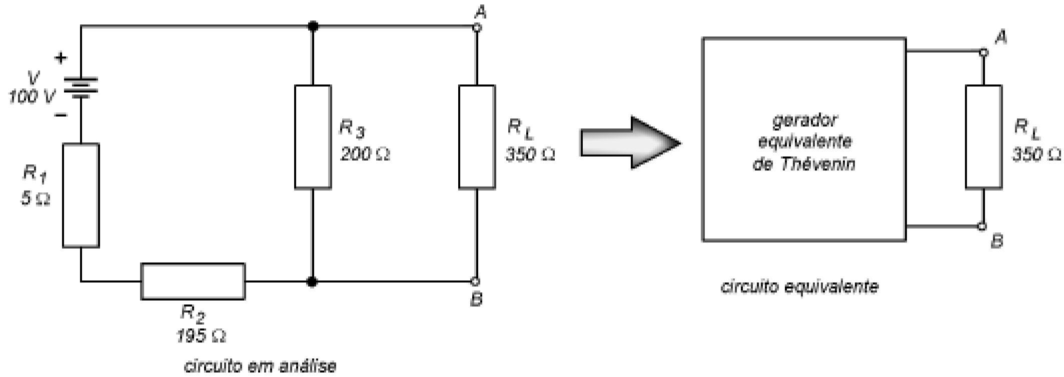
Com esse teorema, é possível analisar um circuito complexo de forma simplificada.

Para ter sucesso no desenvolvimento dos conteúdos desse capítulo você já deverá conhecer associação de resistores e as leis de Kirchhoff e Ohm.

Teorema de Thévenin

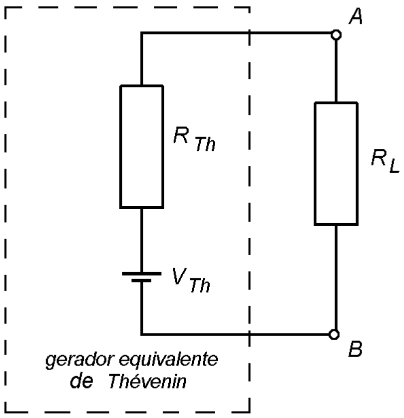
O teorema de Thévenin estabelece que "*qualquer circuito formado por bipolos elétricos lineares, que são os resistores e as fontes de tensão contínua, pode ser substituído por um circuito equivalente simples*".

O circuito equivalente simples é constituído de um gerador de tensão denominado **gerador equivalente de Thévenin** e a **resistência** na qual os valores de tensão e corrente serão determinados.

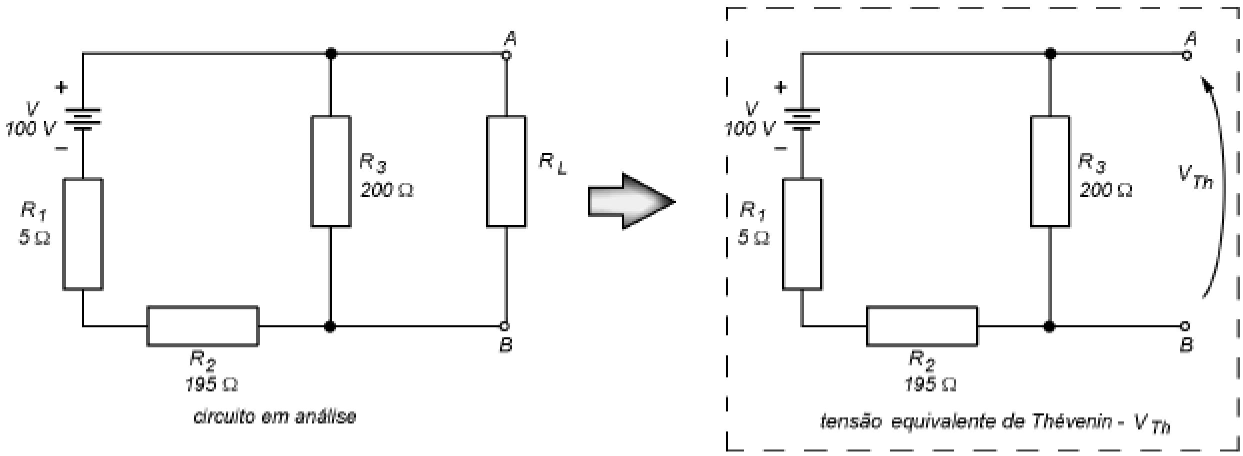


O gerador equivalente de Thévenin é composto por uma fonte de tensão contínua e uma resistência denominados:

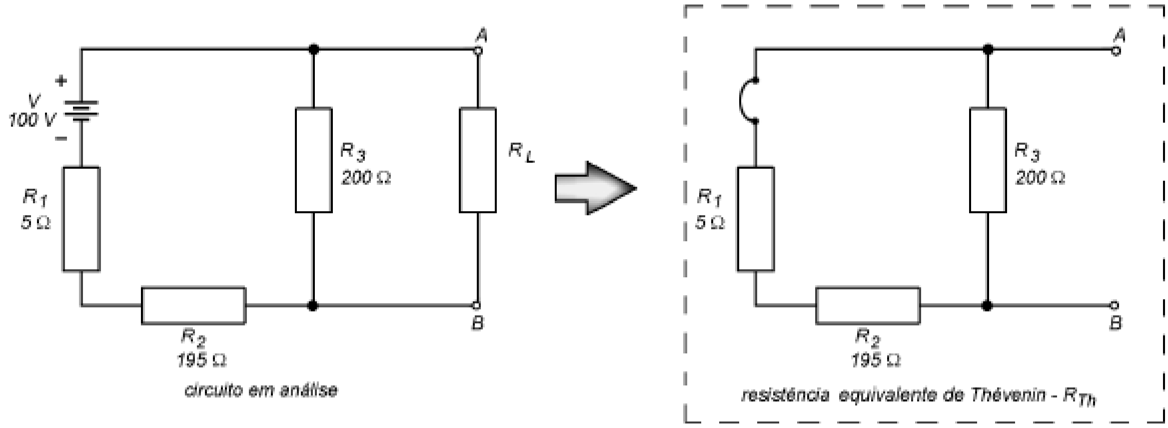
- tensão equivalente de Thévenin (V_{Th});
- resistência equivalente de Thévenin (R_{Th}).



A **tensão equivalente de Thévenin** é o valor de tensão medido nos pontos A e B, considerando o circuito em aberto, ou seja, sem o componente em análise, resistência de carga R_L.



A **resistência equivalente de Thévenin** é a resistência equivalente entre os pontos A e B, após duas considerações: as fontes de tensões são curto-circuitadas e o bipolo de interesse, R_L, está desligado do circuito.



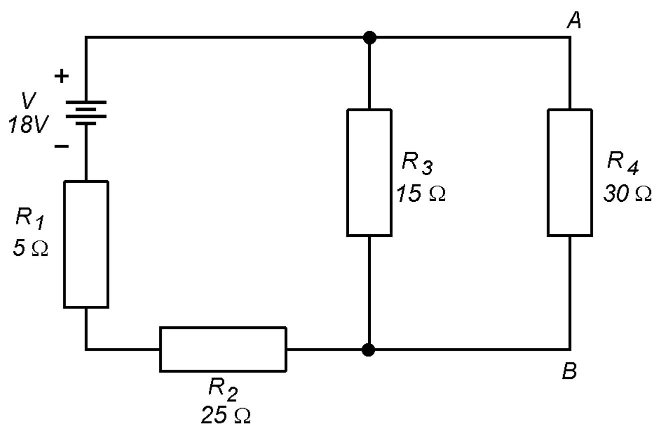
Análise de circuitos

A analise de circuitos com o auxílio do teorema de Thévenin é feita a partir de quatro passos:

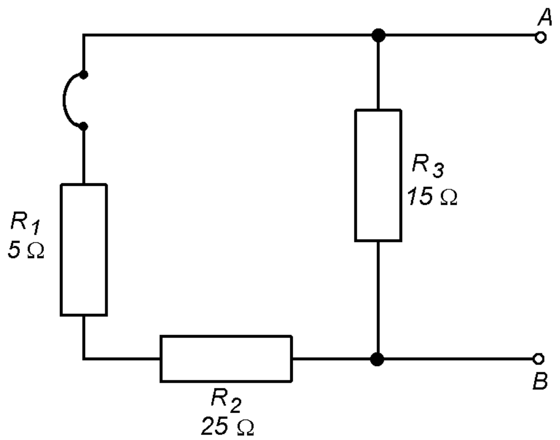
- determinar a resistência equivalente de Thévenin;
- determinar a tensão equivalente de Thévenin;
- calcular a corrente no resistor de interesse a partir dos valores de resistência e tensão de Thévenin, aplicando a lei de Ohm;
- calcular a potência dissipada no resistor de interesse, conhecendo os valores de resistência e corrente,

Exemplo

Tomando como exemplo o circuito que segue, serão calculados os valores de tensão, corrente e potência dissipada no resistor R_4.



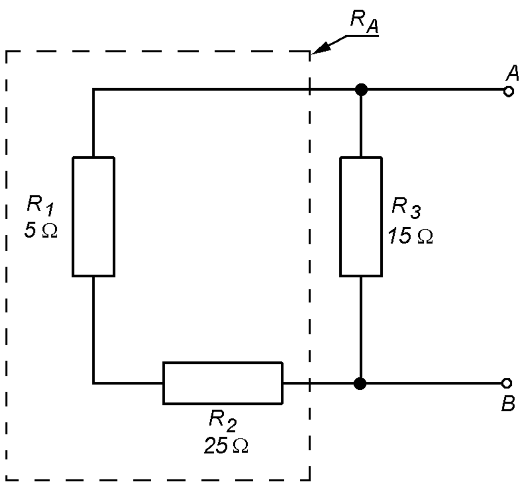
Passo 1: Determinação da resistência equivalente de Thévenin do circuito apresentado.
Para isso, considera-se o resistor em estudo, R_4, desligado do circuito e a fonte de tensão curto-circuitada.

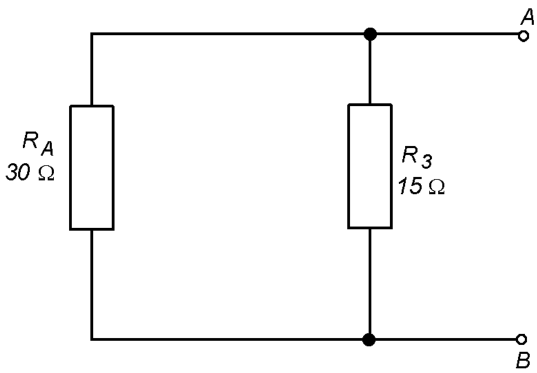


Na associação resultante, temos os resistores R_1 e R_2 em série, que podem ser substituídos por um resistor equivalente que vamos chamar de R_A.

O valor do resistor R_A, pode ser calculado pela equação:

$R_A = R_1 + R_2 = 5 + 25 = \mathbf{30\ \Omega}$

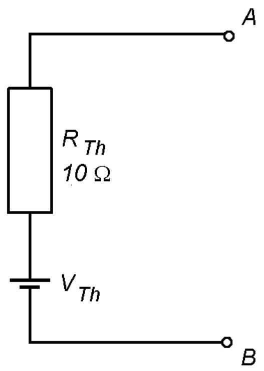




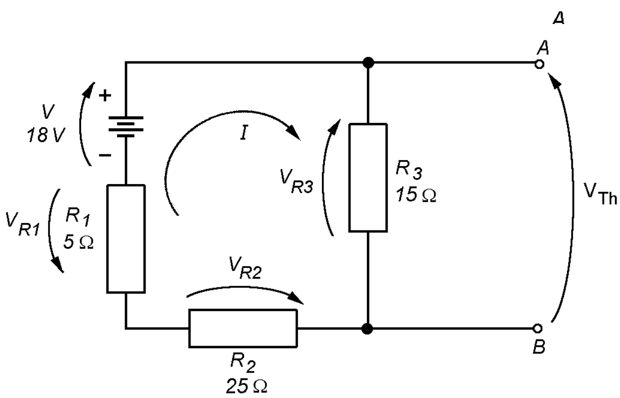
No circuito obtido, as resistências R_A e R_3 estão em paralelo, e também podem ser substituídas por um único resistor equivalente.

Por ser o último cálculo que determina a resistência equivalente da associação, a resistência resultante desse cálculo é a resistência equivalente de Thévenin.

$$R_{Th} = \frac{R_A \cdot R_3}{R_A + R_3} = \frac{\mathbf{30 \cdot 15}}{\mathbf{30 + 15}} = \frac{\mathbf{450}}{\mathbf{45}} = \mathbf{10}\,\Omega$$



Passo 2: Determinação da tensão equivalente de Thévenin do circuito.
Para esse cálculo, deve-se considerar o circuito em aberto, sem a resistência R_4, nos pontos A e B.



Aplicando a Segunda Lei de Kirchhoff, é possível calcular a corrente na malha:
$+V - V_{R1} - V_{R2} - V_{R3} = 0$

As tensões nos resistores, V_{R1}, V_{R2} e V_{R3} podem ser substituídas pela equação equivalente da lei de Ohm: $\mathbf{V_R = R \cdot I}$

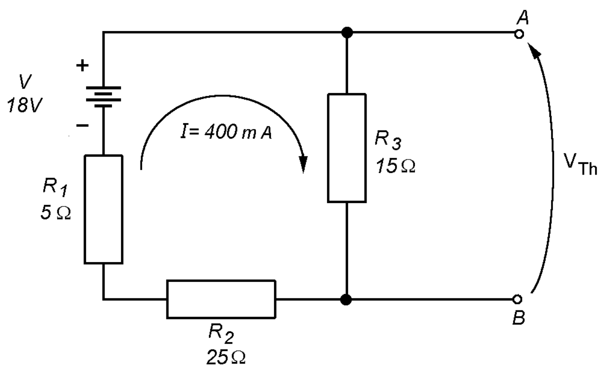
Logo:

$+V - R_1.I - R_2.I - R_3.I = 0$

Substituindo as notações pelos valores dados, temos:

$+18 - 5.I - 25.I - 15.I = 0$

Equacionando:
$+18 - 45.I = 0$
$+18 = 45.I$
$I = \frac{\mathbf{18}}{\mathbf{45}}$
I = 0,4   ou   400 mA



A tensão equivalente de Thévenin é igual àtensão no resistor R_3, ou seja, V_{R3}.
$V_{Th} = V_{R3}$

Na análise da malha, chegou-se àseguinte equação:
$+V - V_{R1} - V_{R2} - V_{R3} = 0$

Substituindo V_{R3} por V_{Th}, temos:
$+V - V_{R1} - V_{R2} - V_{Th} = 0$

A variável que se deseja calcular é V_{R3}, logo:
$V - V_{R1} - V_{R2} - V_{Th} = 0$
$V - V_{R1} - V_{R2} - V_{Th} = 0$
$V - V_{R1} - V_{R2} = V_{Th}$
$\mathbf{V_{Th} = +V - V_{R1} - V_{R2}}$

Colocando o negativo em evidência:

$V_{Th} = V - V_{R1} - V_{R2}$

$V_{Th} = V - (V_{R1} + V_{R2})$

Substituindo as variáveis V_{R1} e V_{R2}, pelas equações equivalentes da lei de Ohm, temos:

$V_{Th} = V - (V_{R1} + V_{R2})$

$V_{Th} = V - (R_1.I + R_2.I)$

$\mathbf{V_{Th} = V - I.(R_1 + R_2)}$

Substituindo as notações pelos valores, temos:

$V_{Th} = V - I.(R_1 + R_2)$

$V_{Th} = 18 - 0{,}4.(5 + 25)$

$V_{Th} = 18 - 0{,}4.30$

$V_{Th} = 18 - 12$

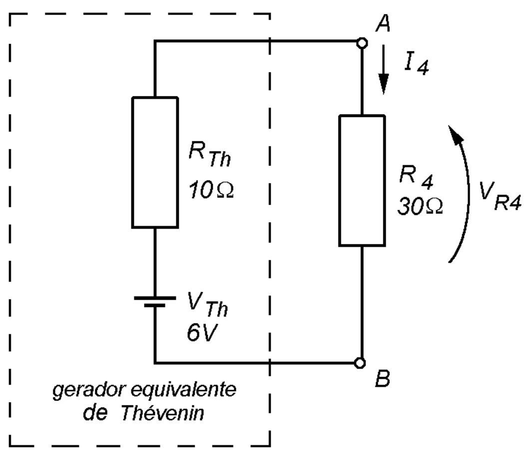
$\mathbf{V_{Th} = 6\ V}$

Observação

A tensão de Thévenin poderia ter sido calculada também, utilizando-se a equação do divisor de tensão.

$$V_{Th} = V_{R3} = \frac{V.R_3}{R_1 + R_2 + R_3}$$

A figura que segue, ilustra o circuito equivalente ao apresentado inicialmente.



Passo 3: Cálculo da corrente e da tensão

Com os dados apresentados no esquema acima, é possível calcular a corrente e a tensão no resistor R_4 utilizando a lei de Ohm.

$$I = \frac{V}{R}$$

O valor de resistência neste circuito é a soma das resistências R_4 e R_{Th}, pois elas estão associadas em série. Desta forma, a equação para o cálculo da corrente é apresentada a seguir.

$$I_4 = \frac{V_{Th}}{R_{Th} + R_4}$$

Calculando:

$$I_4 = \frac{\mathbf{6}}{\mathbf{10 + 30}} = \frac{\mathbf{6}}{\mathbf{40}} = \mathbf{0{,}15}\,A$$

I_4 = 0,15 A   ou   150 mA

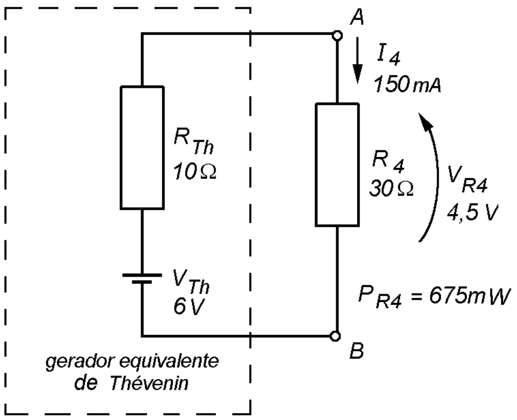
Com os valores de resistência e corrente, é possível calcular a tensão no resistor R_4.

$V_{R4} = R_4 \,.\, I_4 = 30 \,.\, 0{,}15 =$ **4,5 V**

Passo 4: Cálculo da potência dissipada

A partir dos valores de tensão e corrente no resistor R_4, calcula-se sua potência dissipada.

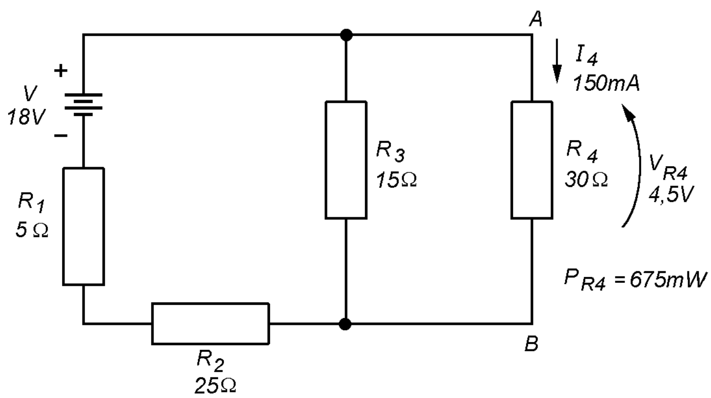
$P_{R4} = V_{R4} \cdot I_4 = 4{,}5 \cdot 0{,}15 =$ **0,675 W = 675 mW**



Observação

A partir do gerador equivalente de Thévenin, é possível calcular valores de tensão, corrente e potência dissipada, para **qualquer** valor de resistor conectado nos pontos A e B.

O circuito inicial fica, então, da seguinte forma.



Exercícios

1. Responda às seguintes perguntas:

a) O que são bipolos elétricos?

____

____

____

____

b) Como se determina a tensão equivalente de Thévenin?

____

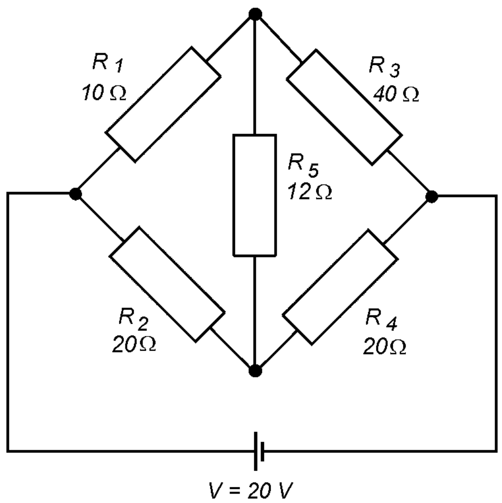
____

____

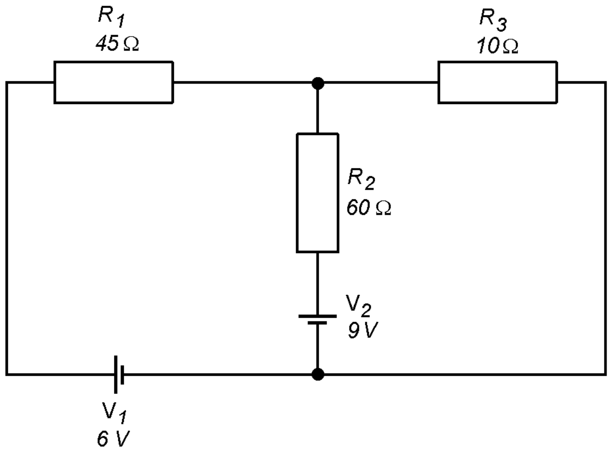
____

2. Resolva os problemas que seguem, utilizando o teorema de Thévenin:

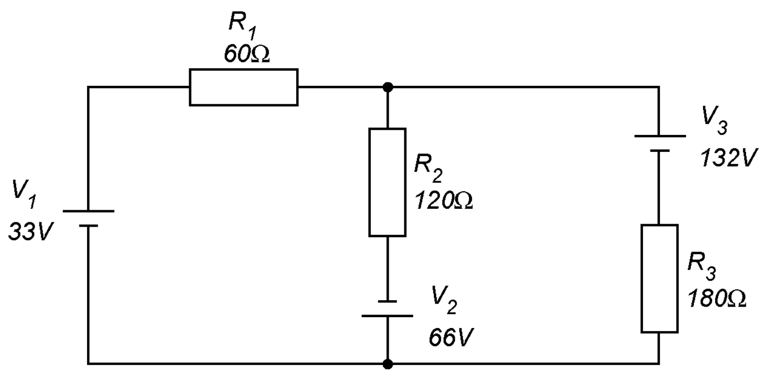
a) No circuito a seguir, calcule a tensão e corrente no resistor R_5.



b) Determinar a potência dissipada no resistor R_3.



c) Calcule a potência dissipada no resistor R_1, no circuito que segue.



Teorema de Norton

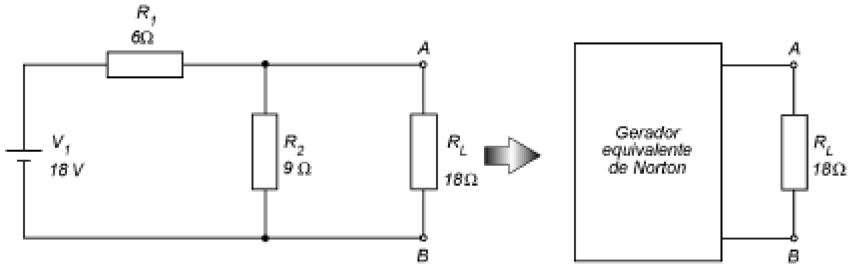
A análise de circuitos por meio do teorema de Norton é uma análise semelhante à utilizada no Teorema de Thévenin, e tem o mesmo objetivo, ou seja, analisar um circuito complexo de forma simplificada.

O Teorema de Norton permite descobrir o valor da corrente ou tensão em um determinado componente no circuito, sem que seja necessário considerar esses parâmetros elétricos nos outros componentes.

Para ter sucesso no desenvolvimento dos conteúdos do presente capítulo, você já deverá conhecer associação de resistores, divisores de tensão e corrente, análise de circuitos com o auxílio do teorema de Thévenin e as leis de Kirchhoff e de Ohm.

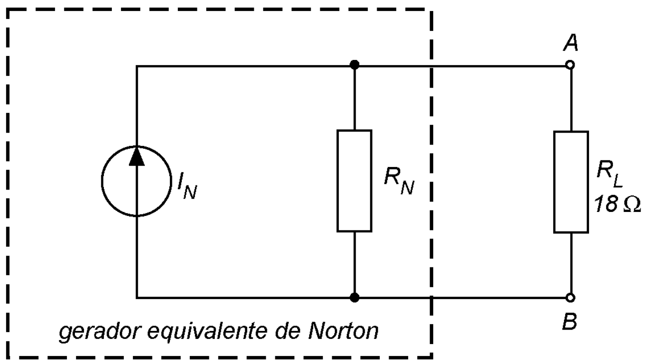
Teorema de Norton

O teorema de Norton estabelece que “qualquer circuito formado por bipolos elétricos lineares, que são os resistores e as fontes de tensão contínua, pode ser substituído por um circuito equivalente simples”. O circuito equivalente simples é constituído de um **gerador equivalente de Norton** e a **resistência** na qual os valores de tensão e corrente serão determinados.



O gerador equivalente de Norton é composto por uma fonte de corrente e uma resistência denominados:

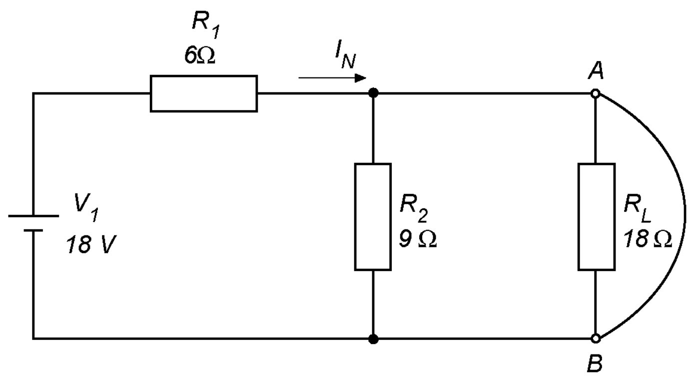
- corrente equivalente de Norton (I_N);
- resistência equivalente de Norton (R_N).



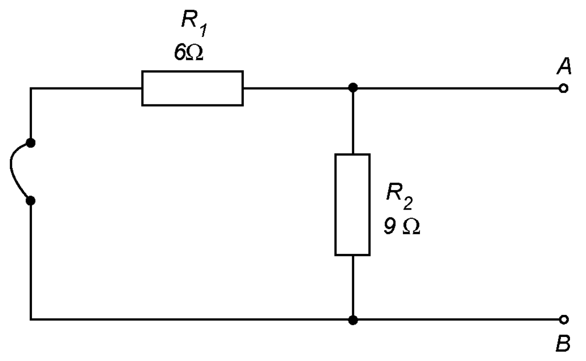
Observação

O símbolo com a notação I_N, representa uma **fonte de corrente constante** ou gerador de corrente. O sentido da seta representa o sentido da corrente, que deve ser o mesmo da fonte de tensão correspondente. Ou seja, em uma fonte de tensão, a corrente **sai** do terminal **positivo**.

A **corrente equivalente de Norton** é o valor da corrente de curto-circuito nos pontos A e B. Nesse cálculo, a resistência em estudo (**R_L**) e as resistências em paralelo têm seus valores anulados pelo curto-circuito.



A **resistência equivalente de Norton** é a resistência equivalente entre os pontos A e B, após duas considerações: as fontes de tensões são **curto-circuitadas** e o bipolo de interesse, **R_L**, está **desligado** do circuito.



Observação
As resistências equivalentes de Norton e Thévenin são determinadas da **mesma** forma.

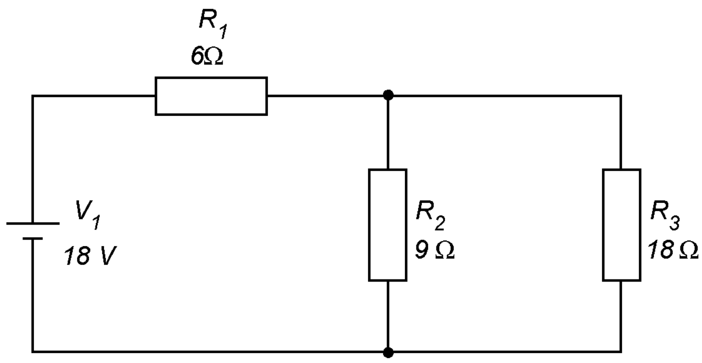
Análise de circuitos

A análise de circuitos com auxílio do teorema de Norton é feita a partir de quatro passos:

- determinar a resistência equivalente de Norton;
- determinar a corrente equivalente de Norton;
- calcular a tensão e a corrente no resistor de interesse empregando a Lei de Ohm, a partir dos valores de resistência e corrente de Norton; e
- calcular a potência dissipada no resistor de interesse, conhecendo os valores de resistência e tensão.

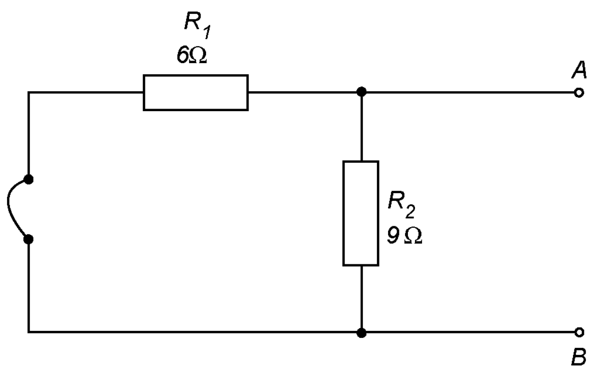
Exemplo

Tomando como exemplo o circuito que segue, serão calculados os valores de tensão, corrente e a potência dissipada no resistor R_3.

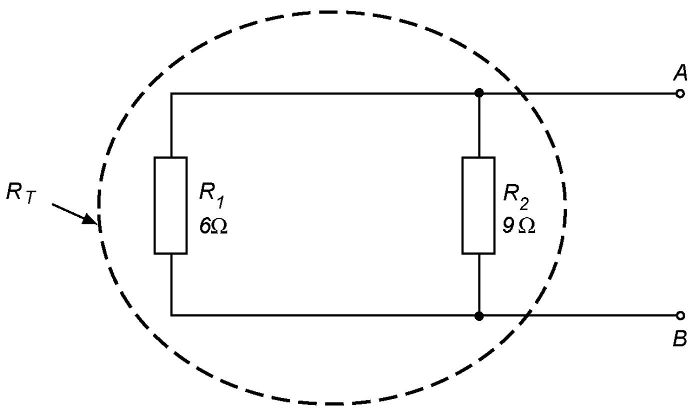


Passo 1: Determinação da resistência equivalente de Norton.

Para isso, considera-se o resistor em estudo, **R_3**, **desligado** do circuito e a fonte de tensão **curto-circuitada**.

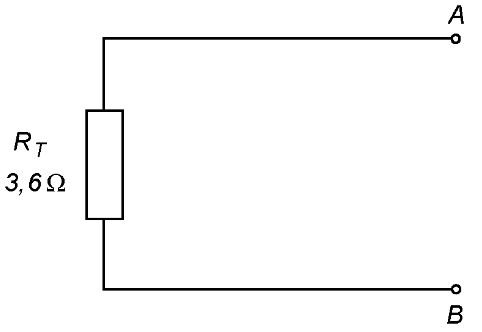


Na associação resultante, temos os resistores R_1 e R_2 em paralelo, que podem ser substituídos **por um único resistor equivalente**, que será chamado de **R_{EQ}** ou R_T.



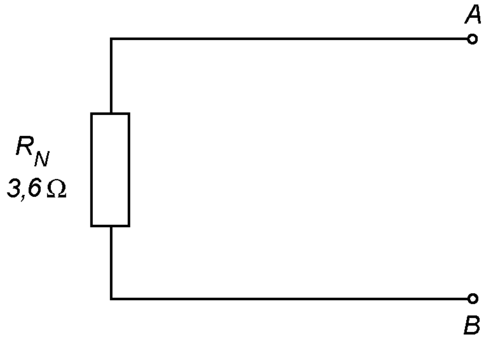
O valor do resistor R_{EQ}, pode ser calculado pela equação:

$$R_T = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{\mathbf{6 \cdot 9}}{\mathbf{6 + 9}} = \frac{\mathbf{54}}{\mathbf{15}} = \mathbf{3{,}6}\,\Omega$$



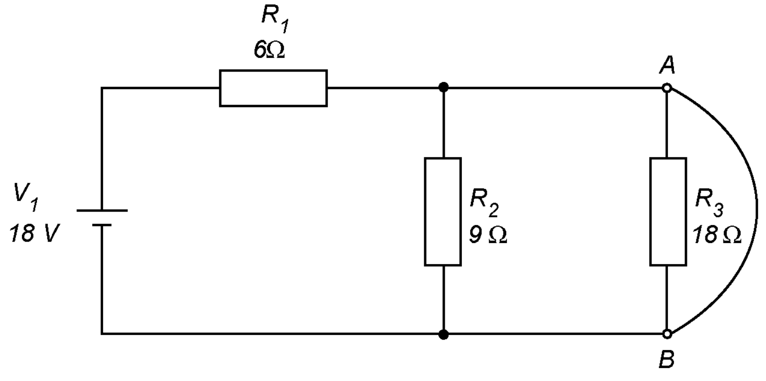
A resistência resultante dessa associação é a resistência equivalente de Norton.

R_N = 3,6 Ω



Passo 2: Determinação da corrente equivalente de Norton do circuito.

Para esse cálculo, deve-se considerar os pontos A e B em curto-circuito.

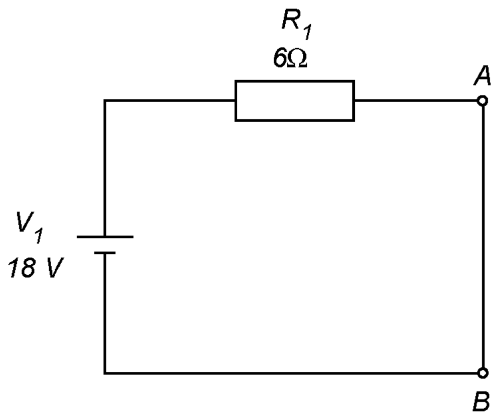


O curto-circuito entre os pontos A e B elimina as resistências R_2 e R_3, ligadas em paralelo. O circuito equivalente é representado a seguir.

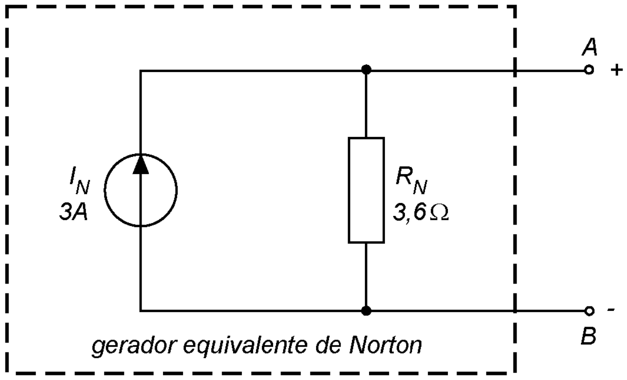
A partir dos valores de tensão e resistência é possível determinar o valor da corrente equivalente de Norton, utilizando a lei de Ohm.

$$I_N = \frac{V_1}{R} = \frac{\mathbf{18}}{\mathbf{6}}$$

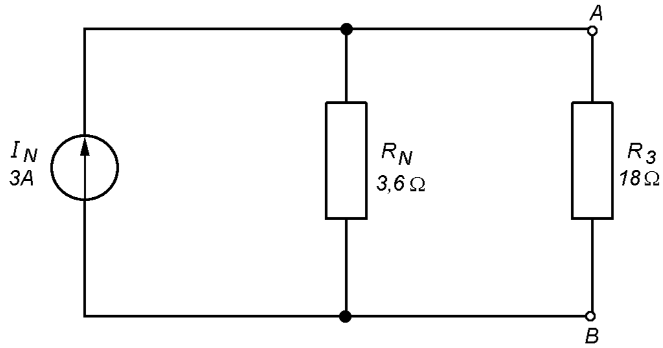
$\mathbf{I_N = 3\ A}$



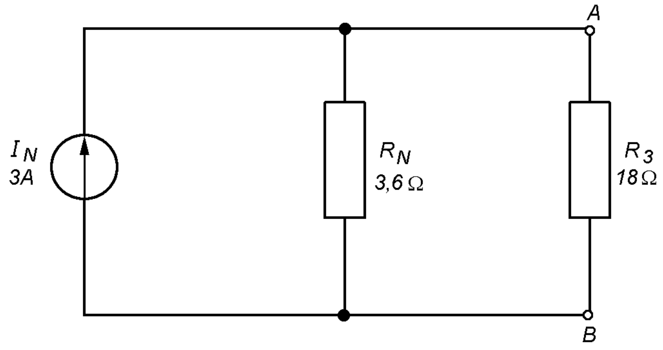
Desta forma o gerador equivalente de Norton fica conforme a figura que segue:



A corrente no resistor R_3, I_{R3}, pode ser calculada ligando-se novamente o resistor ao circuito, nos pontos A e B.



No circuito apresentado, a corrente se divide em dois ramos, pois as resistências R_N e R_3 estão em paralelo.



Para determinar a corrente no resistor I_3, utiliza-se a equação a seguir.

$$I_3 = \frac{R_N}{R_N + R_3} \cdot I_N$$

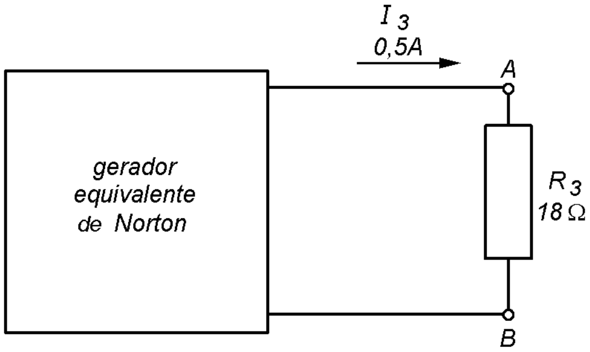
Observação

A equação apresentada é determinada no capítulo **Divisores de tensão e corrente**, na parte referente ao divisor de corrente com **dois resistores**.

Calculando:

$$I_3 = \frac{R_N}{R_N + R_3} \cdot I_N = \frac{\mathbf{3{,}6}}{\mathbf{3{,}6 + 18}} \cdot \mathbf{3} = \frac{\mathbf{3{,}6}}{\mathbf{21{,}6}} \cdot \mathbf{3} = \mathbf{0{,}5\ A}$$

I_3 = 0,5 A ou 500 mA



Passos 3 e 4: Cálculo da tensão e da potência dissipada em R_3.

A partir dos valores de corrente e resistência, no resistor R_3, é possível calcular a tensão e a potência dissipada nesse resistor.

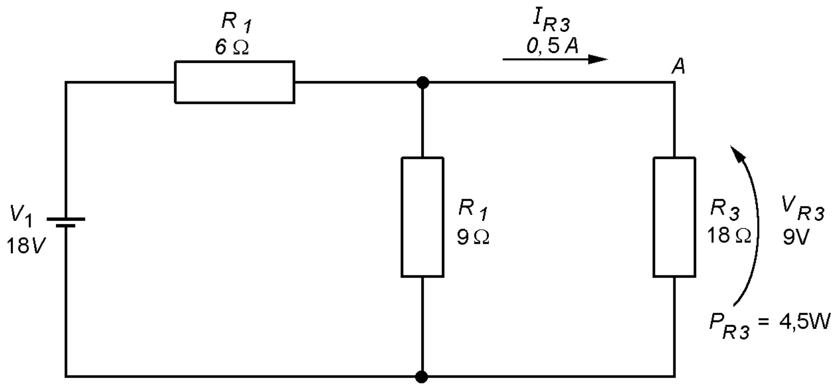
$V_{R3} = R_3 \cdot I_3 = 18 \cdot 0{,}5 = 9$

V_{R3} = 9 V

$P_{R3} = V_{R3} \cdot I_{R3} = 9 \cdot 0{,}5 = 4{,}5$

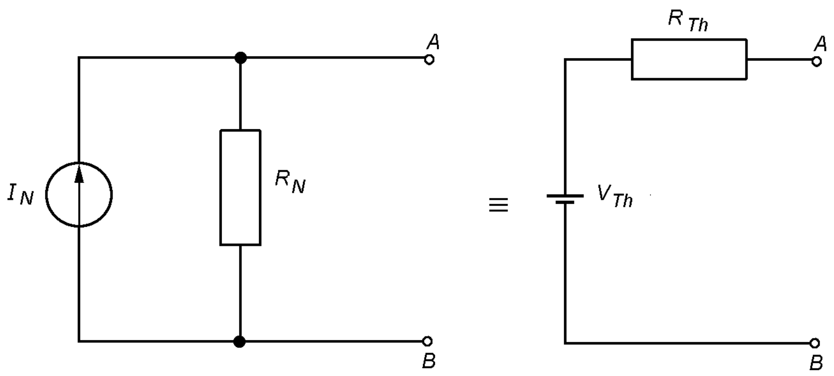
P_{R3} = 4,5 W

O circuito em análise passa a ter a seguinte configuração:



Equivalência Norton-Thévenin

Um circuito de gerador equivalente de Norton pode ser substituído por um circuito gerador equivalente de Thévenin.

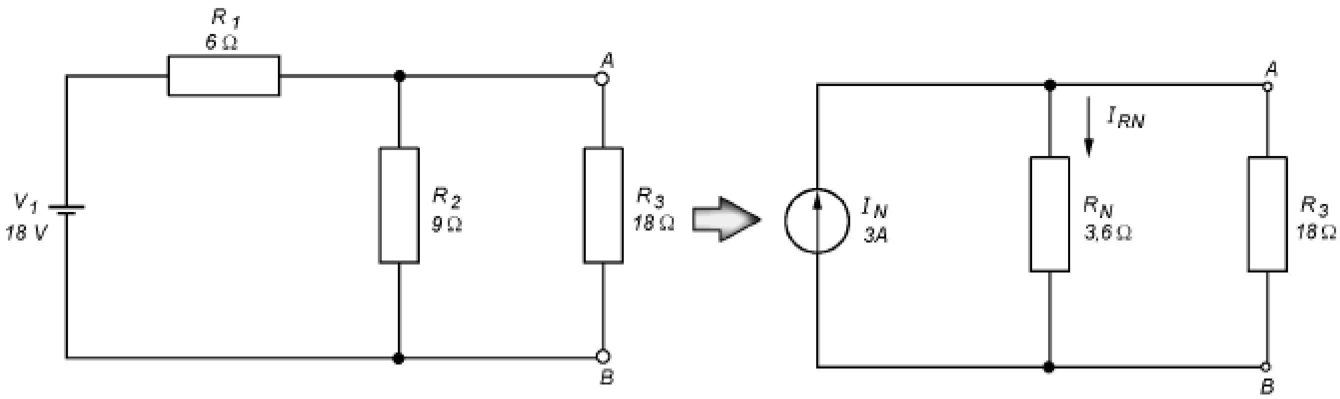


Para determinar o circuito do gerador equivalente, utilizam-se as seguintes equações:

$\mathbf{R_N = R_{Th}}$ ⇦ As resistências equivalentes de Norton e Thévenin, são calculadas da mesma forma.

$\mathbf{I_N = \dfrac{V_{Th}}{R_{Th}}}$ ⇦ Lei de Ohm

Assim, considerando o circuito analisado neste capítulo, pode-se determinar o circuito equivalente de Thévenin.



circuito em análise | circuito equivalente de Norton

Aplicando-se as equações, temos:
$R_N = R_{Th}$

Logo:

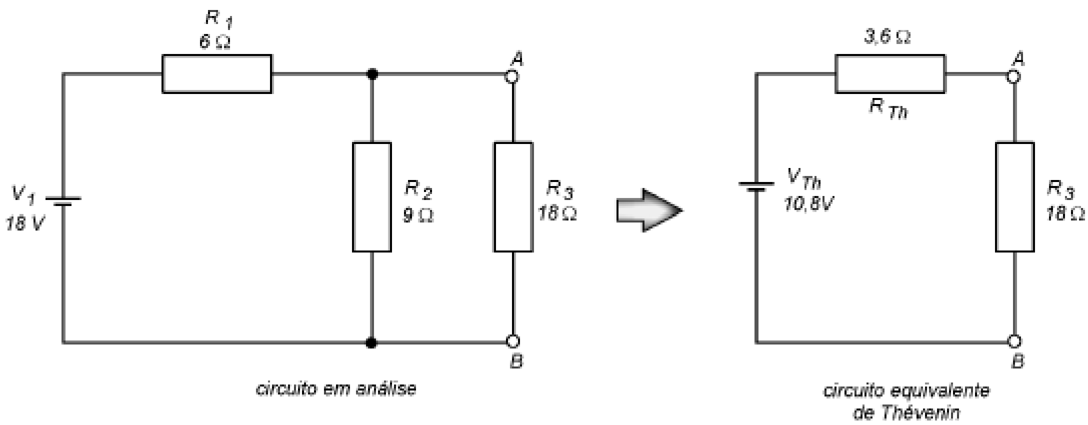
$R_{Th} = 3,6\ \Omega$

$$I_N = \frac{V_{Th}}{R_{Th}}$$

Isolando V_{Th}, a equação fica da seguinte forma:
$V_{Th} = I_N \cdot R_{Th}$
$V_{Th} = 3 \cdot 3,6$

$V_{Th} = 10,8\ V$

O circuito equivalente do gerador de Thévenin é apresentado a seguir.



Exercícios

1. Responda às seguintes perguntas:

a) Qual é a vantagem na utilização do Teorema de Norton em análises de circuitos elétricos?

b) Como se determina a corrente equivalente de Norton?

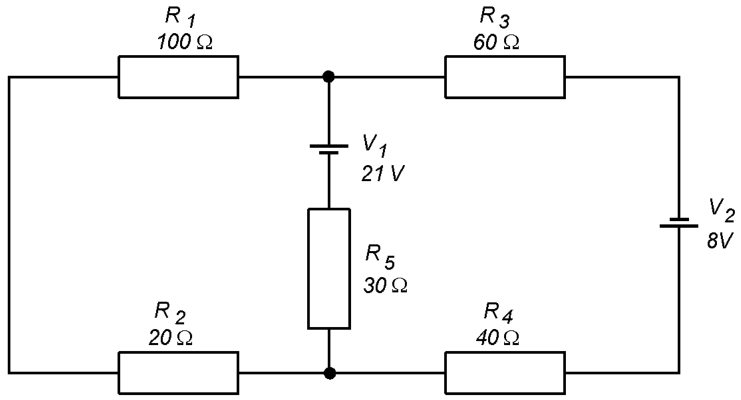
c) Qual é a diferença entre resistência equivalente de Thévenin e resistência equivalente de Norton?

d) Qual é a principal diferença entre as análises de circuitos pelos teoremas de Thévenin e Norton?

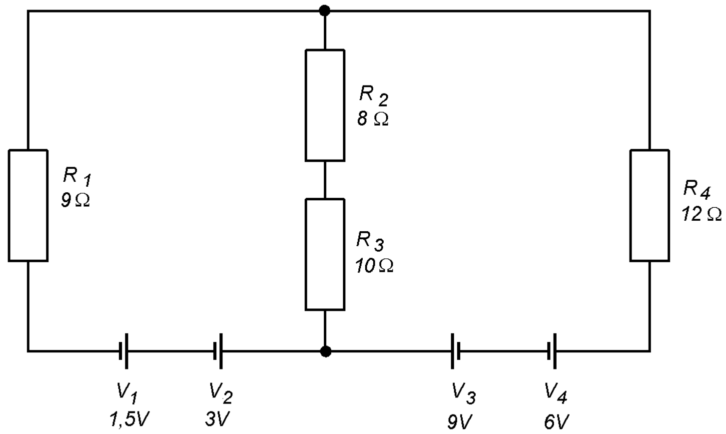
2. Faça o símbolo gráfico de um gerador de corrente ou fonte de corrente constante.

3. Resolva os problemas a seguir, utilizando o teorema de Norton:

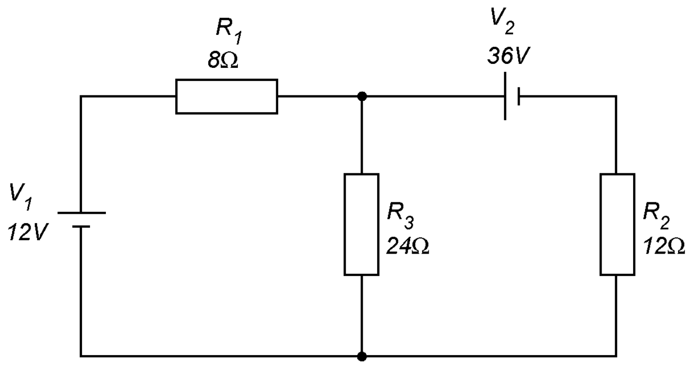
a) No circuito que segue, calcule a tensão e a corrente no resistor R_1.



b) Determine a tensão no resistor R_2.



c) Calcule a potência dissipada no resistor R_3.

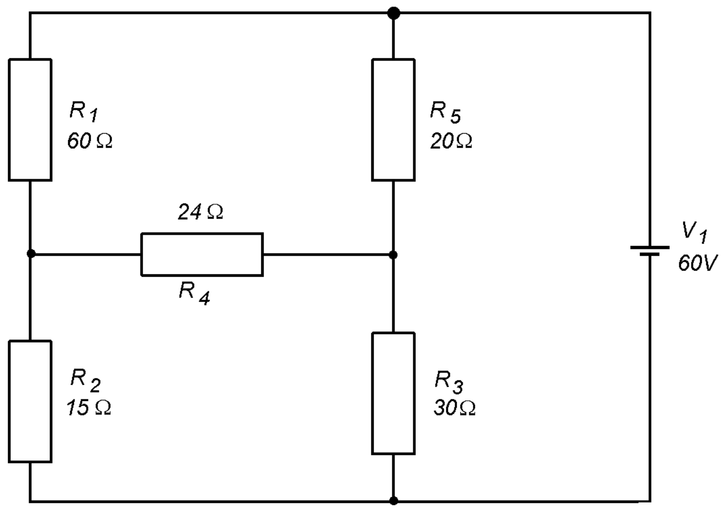


4. Determine a ddp em R_4 e a corrente total do circuito que segue:

a) Pela análise de circuitos por Kirchhoff;

b) Pelo teorema de Thévenin;

c) Pelo teorema de Norton.



Teorema da Superposição de Efeitos

A análise de circuitos por meio do Teorema da Superposição de Efeitos é utilizada para determinar as correntes e, consequentemente, as tensões nos componentes em circuitos com mais de uma fonte de tensão ou corrente.

Com esse teorema, é possível analisar um circuito complexo, de forma simplificada.

Para um bom desempenho no estudo deste capítulo, você já deverá conhecer associação de resistores e as leis de Kirchhoff e de Ohm.

Teorema da superposição de efeitos

O teorema da superposição de efeitos é usado somente em circuitos compostos por duas ou mais fontes e bipolos lineares.

Esse teorema afirma que "a corrente em qualquer ramo do circuito é igual à soma algébrica das correntes, considerando cada fonte atuando individualmente, quando eliminados os efeitos dos demais geradores".

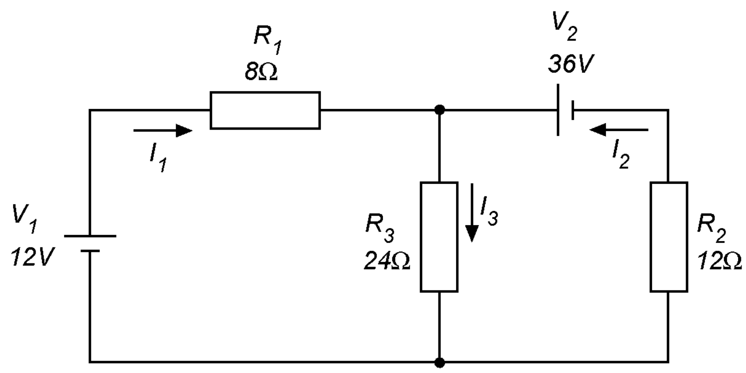
A análise da superposição de efeitos é **simples**, pois envolve apenas um gerador de cada vez, porém **trabalhosa** porque são feitas várias análises, de acordo com o número de geradores envolvidos.

Análise de circuitos

A analise de circuitos com o auxílio do Teorema da Superposição de Efeitos é feita a partir de três passos:

- cálculo das correntes produzidas pelas fontes, analisando uma fonte por vez, curto-circuitando as demais;
- determinação das correntes produzidas pelas fontes, somando algebricamente as correntes encontradas individualmente;
- cálculo das tensões e potências dissipadas nos componentes.

Tomando como exemplo o circuito que segue, serão calculados os valores de correntes, tensões e potências dissipadas nos resistores.

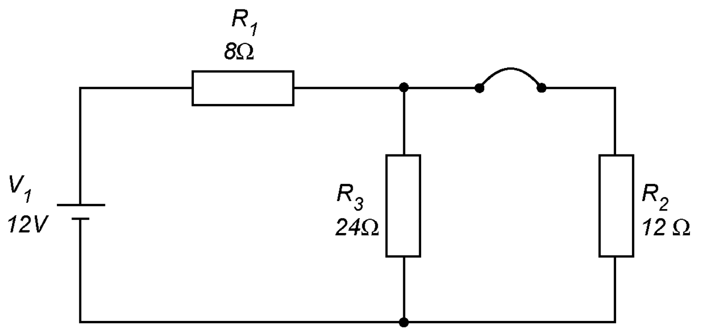


Observação
Os sentidos das correntes são arbitrários, ou seja, adotados. As correntes serão denominadas de **correntes principais**.

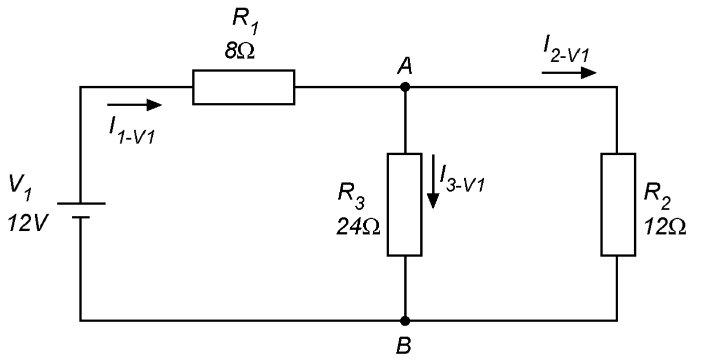
Passo 1: Calcular as correntes produzidas individualmente (correntes secundárias) pelas fontes.

Para isso, considera-se no circuito apenas uma fonte. As outras fontes devem ser curto-circuitadas.

A princípio, o circuito será analisado com a fonte de tensão V_1.



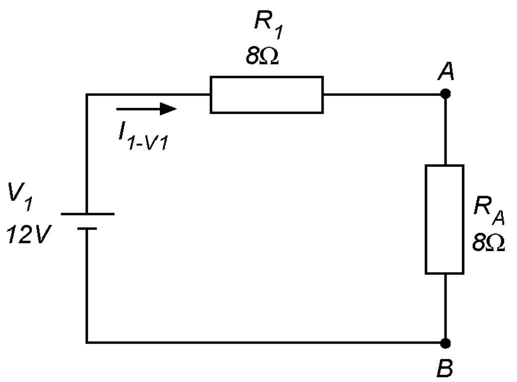
Nessa análise, as notações das correntes elétricas serão acrescidas de V_1, para indicar que somente a fonte V_1 está alimentando o circuito.



Vamos determinar a resistência equivalente do circuito. Como os resistores R_2 e R_3 estão em paralelo, podem ser substituídos por um único resistor, R_A.

$$\mathbf{R_A = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3} = \frac{24 \cdot 12}{24 + 12} = \frac{288}{36} = 8\,\Omega}$$

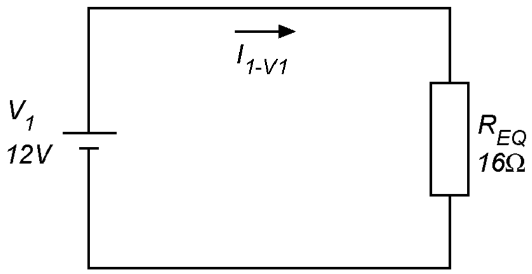
O circuito fica da seguinte forma:



As resistências R_1 e R_A estão em série. A resistência equivalente dessa associação será denominada R_{EQ}.

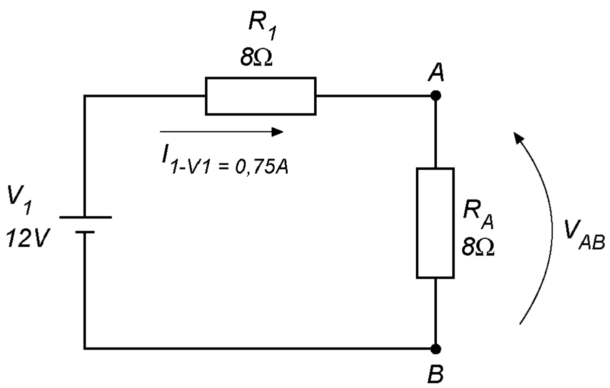
$R_{EQ} = R_1 + R_A = 8 + 8 = \mathbf{16\ \Omega}$

A partir do circuito equivalente obtido, é possível determinar a corrente secundária que sai da fonte V_1, e que pode ser denominada de $I_{1\text{-}V1}$ ou I_{11}.



$$\mathbf{I_{1\text{-}V1} = \frac{12}{16} = 0{,}75\ A\ ou\ 750\ mA}$$

Retornando ao circuito anterior temos:

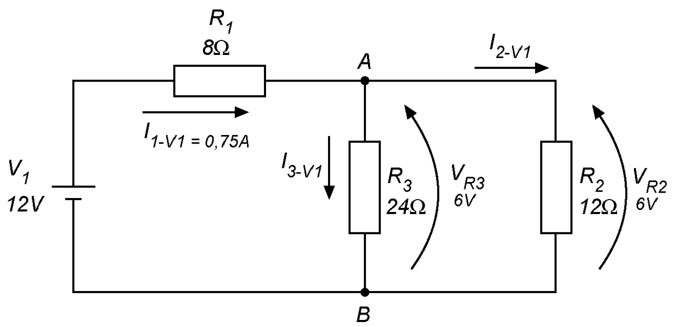


Utilizando a lei de Ohm, é possível calcular a tensão, entre os pontos A e B.

$V_{AB} = R_A \,.\, I_{1\text{-}V1} = 8 \,.\, 0{,}75 = \mathbf{6\ V}$

Desta forma, temos a tensão entre os pontos A e B, que é a tensão nos resistores R_2 e R_3.

Ou seja: $V_{AB} = V_{R2} = V_{R3} = 6\ V$

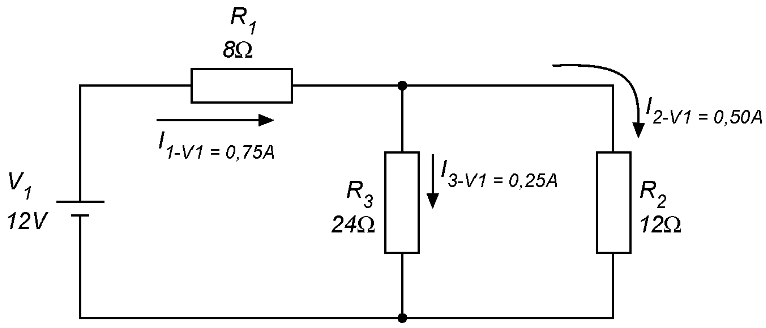


De acordo com o circuito apresentado, é possível calcular as correntes secundárias $I_{2\text{-}V1}$ e $I_{3\text{-}V1}$, ou I_{21} e I_{31}, utilizando a lei de Ohm.

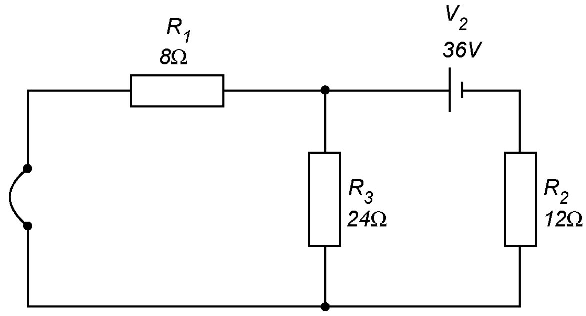
$$\mathbf{I_{2V1} = \frac{V_{R2}}{R_2} = \frac{6}{12} = 0{,}5\ A\ ou\ 500mA}$$

$$\mathbf{I_{3\text{-}V1} = \frac{V_{R3}}{R_3} = \frac{6}{24} = 0{,}25\ A\ ou\ 250\,mA}$$

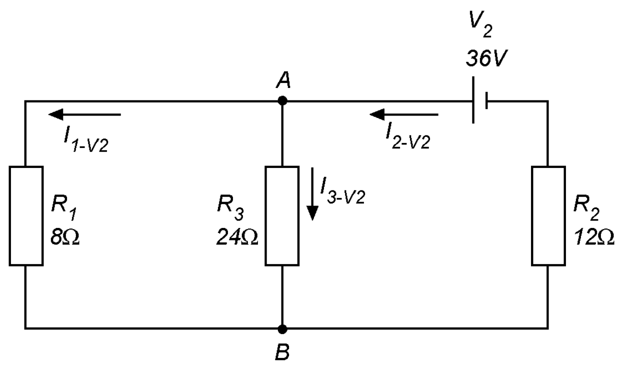
As correntes calculadas são apresentadas no circuito que segue.



Agora vamos considerar a fonte de tensão V_2 no circuito e a outra fonte curto-circuitada.



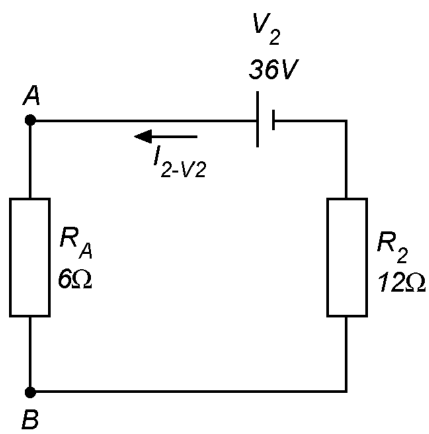
As notações das correntes secundárias serão acrescidas de V_2, para indicar que somente a fonte V_2 está alimentando o circuito.



Vamos determinar agora, a resistência equivalente deste novo circuito. Os resistores R_1 e R_3 estão em paralelo e podem ser substituídos por um único resistor, que chamaremos de R_A.

$$\mathbf{R_A = \frac{R_1 \cdot R_3}{R_1 + R_3} = \frac{8 \cdot 24}{8 + 24} = \frac{192}{32} = 6\Omega}$$

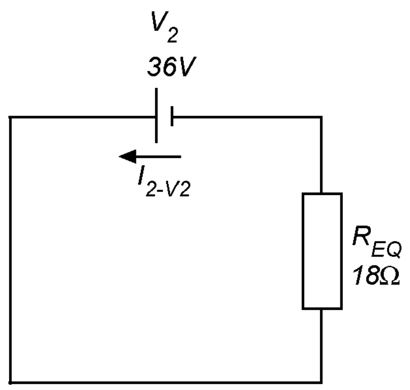
O circuito fica da seguinte forma:



As resistências R_2 e R_A estão em série. A resistência equivalente dessa associação será denominada R_{EQ}.

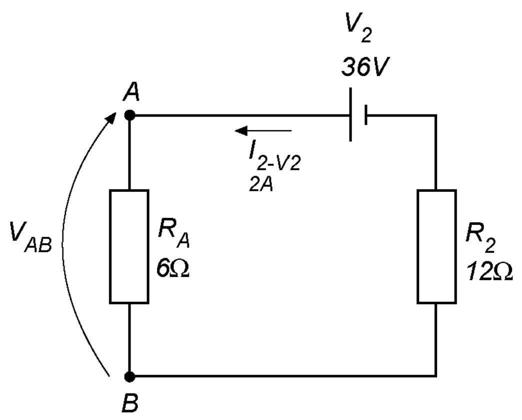
$R_{EQ} = R_2 + R_A = 12 + 6 =$ **18 Ω**

A partir do circuito equivalente obtido, é possível determinar a corrente secundária que sai da fonte V_2, que podemos denominar de $I_{2\text{-}V2}$ ou I_{22}.



$$\mathbf{I_{2-V2}} = \frac{\mathbf{36}}{\mathbf{18}} = \mathbf{2A\ ou\ 2000\ mA}$$

Retornando ao circuito anterior, temos:



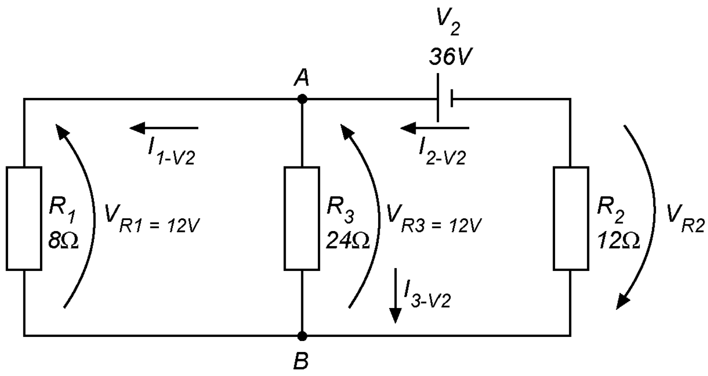
Utilizando a lei de Ohm é possível calcular a tensão, entre os pontos A e B:

$V_{AB} = R_A \,.\, I_{2\text{-}V2} = 6 \cdot 2 =$ **12 V**

Desta forma, temos a tensão entre os pontos A e B, que é a tensão nos resistores R_1 e R_3.

Ou seja:

$V_{AB} = V_{R1} = V_{R3} = \mathbf{12\ V}$

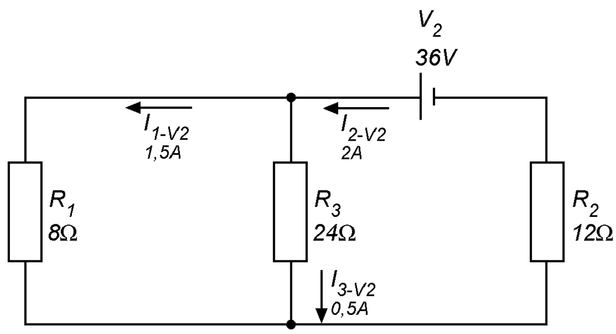


De acordo com o circuito apresentado, é possível calcular as correntes $I_{1\text{-}V2}$ e $I_{3\text{-}V2}$, utilizando a lei de Ohm.

$$\mathbf{I_{1-V2}} = \frac{\mathbf{V_{R1}}}{\mathbf{R_1}} = \frac{\mathbf{12}}{\mathbf{8}} = \mathbf{1{,}5\ A\ ou\ 1500\ mA}$$

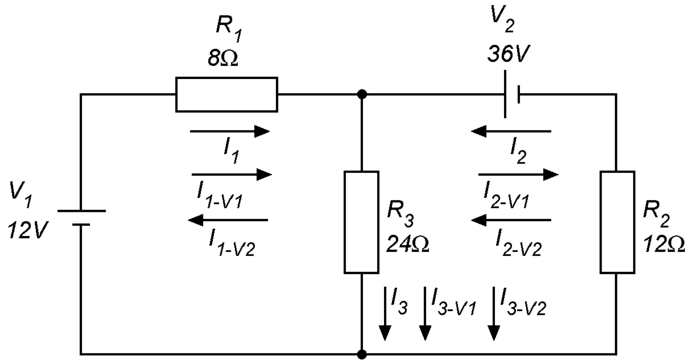
$$\mathbf{I_{3\text{-}V2}} = \frac{\mathbf{V_{R3}}}{\mathbf{R_3}} = \frac{\mathbf{12}}{\mathbf{24}} = \mathbf{0{,}5\ A\ ou\ 500\ mA}$$

As correntes calculadas são apresentadas no circuito que segue.



Passo 2: Determinar as correntes principais produzidas pelas fontes.

Para isso, vamos somar algebricamente as correntes encontradas individualmente. Nessa soma algébrica, as correntes secundárias serão positivas ou negativas, de acordo com o sentido da corrente principal correspondente. Se os dois sentidos forem iguais, a corrente secundária é positiva. Caso contrário, será negativa.



$I_1 = I_{1\text{-}V1} - I_{1\text{-}V2} = 0{,}75 – 1{,}5$ **I_1 = - 0,75 A ou – 750 mA**

$I_2 = -I_{2\text{-}V1} + I_{2\text{-}V2} = -0{,}50 + 2{,}0$ **I_2 = 1,5 A ou 1500 mA**

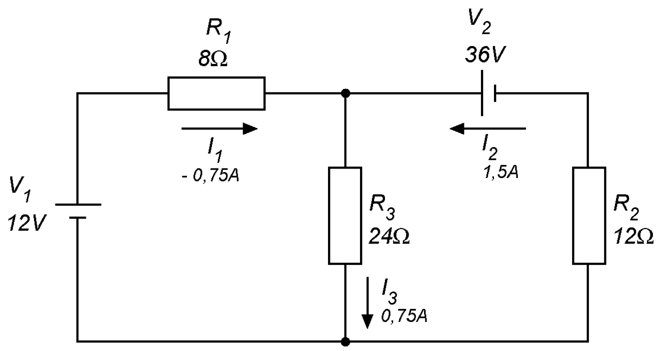
$I_3 = I_{3\text{-}V1} + I_{3\text{-}V2} = 0{,}25 + 0{,}5$ **I_3 = 0,75 A ou 750 mA**

Os sentidos das correntes I_2 e I_3 adotados inicialmente estão corretos, pois os resultados das correntes são todos positivos. Já o sentido real do percurso da corrente I_1 é o inverso do arbitrado no circuito.

Observação

O sinal negativo resultante do cálculo da corrente principal apenas indica que o sentido do percurso escolhido é contrário ao sentido real. O valor absoluto encontrado, todavia, está correto.

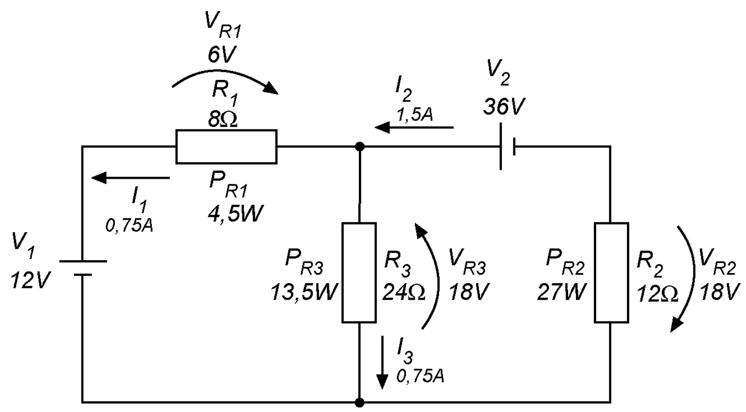
A figura a seguir apresenta o circuito com as correntes elétricas.



Passo 3: Calcular as tensões e potências dissipadas nos componentes.

$V_{R1} = R_1 \cdot I_1$	$V_{R1} = 8 \cdot 0{,}75$	$\mathbf{V_{R1} = 6\ V}$
$V_{R2} = R_2 \cdot I_2$	$V_{R2} = 12 \cdot 1{,}5$	$\mathbf{V_{R2} = 18\ V}$
$V_{R3} = R_3 \cdot I_3$	$V_{R3} = 24 \cdot 0{,}75$	$\mathbf{V_{R3} = 18\ V}$
$P_{R1} = V_{R1} \cdot I_1$	$P_{R1} = 6 \cdot 0{,}75$	$\mathbf{P_{R1} = 4{,}5\ W}$
$P_{R2} = V_{R2} \cdot I_2$	$P_{R2} = 18 \cdot 1{,}5$	$\mathbf{P_{R2} = 27\ W}$
$P_{R3} = V_{R3} \cdot I_3$	$P_{R3} = 18 \cdot 0{,}75$	$\mathbf{P_{R1} = 13{,}5\ W}$

A figura que segue apresenta o circuito com os valores solicitados.



Exercícios

1. Responda às seguintes perguntas:

a) Onde é usado o Teorema da Superposição de Efeitos?

____

____

____

____

b) O que diz o Teorema da Superposição de Efeitos?

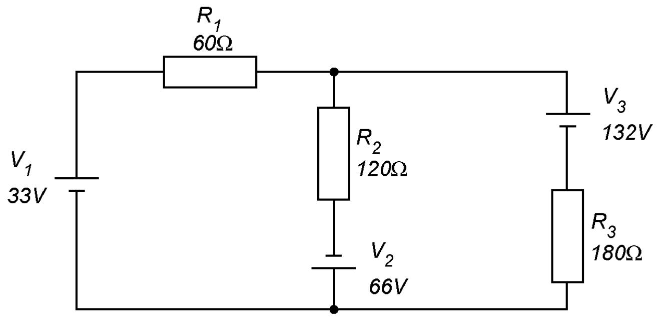
____

____

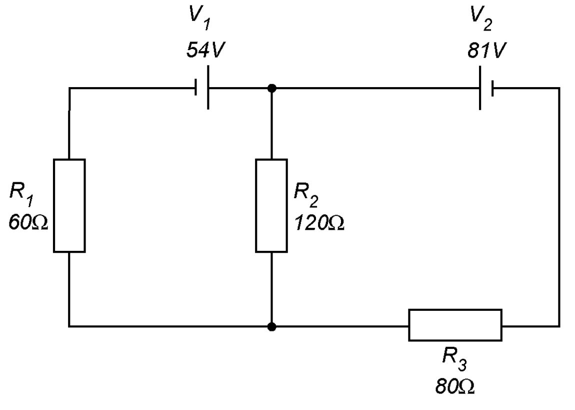
____

____

c) No circuito que segue, calcular as tensões e as correntes nos resistores.



d) Determinar as potências dissipadas nos resistores.



Máxima transferência de potência

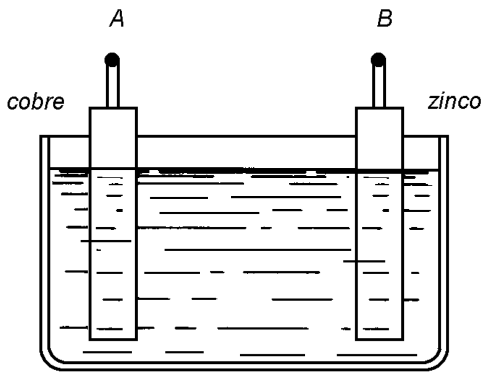
O homem moderno tem ao seu dispor um grande número de facilidades. Hoje é comum encontrar pessoas “saboreando” a boa música proveniente de pequenos aparelhos portáteis. Sem que sejam necessários conhecimentos de eletrônica, qualquer pessoa compra e substitui as pilhas desses aparelhos.

Este capítulo tratará da forma em que melhor se aproveita a energia fornecida por essas fontes geradoras de corrente contínua.

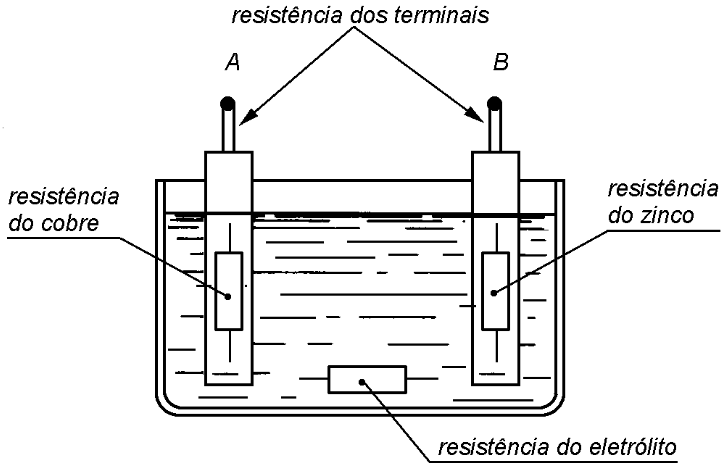
Para ter sucesso no desenvolvimento dos conteúdos e atividades deste estudo, você já deve ter conhecimentos relativos a potência elétrica em corrente contínua e às leis de Kirchhoff e Ohm.

Resistência interna do gerador
Para fins de análise, a pilha será utilizada como elemento gerador. As considerações e conclusões serão válidas para qualquer tipo de gerador de tensão.

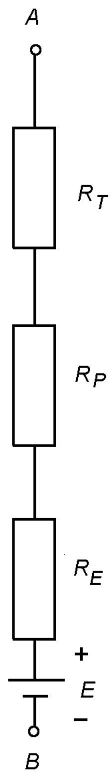
A figura que segue ilustra uma pilha elementar, constituída de eletrólito, placas e terminais.



Cada elemento que compõe a pilha elétrica apresenta resistência elétrica.

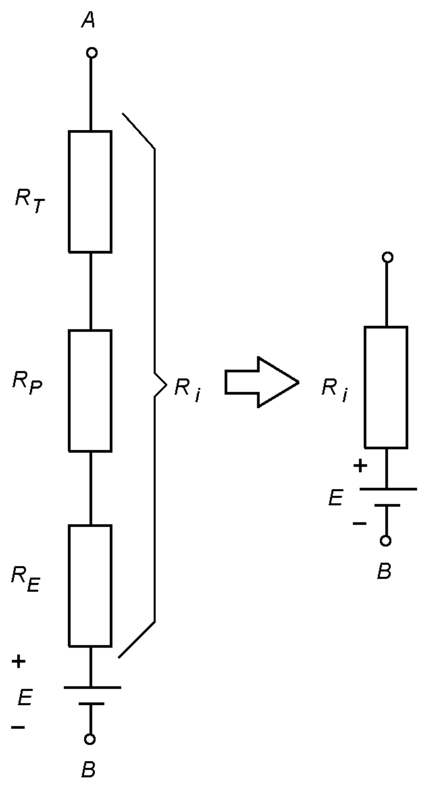


Desta forma, uma pilha pode ser representada como uma fonte de tensão em série com as resistências de seus elementos.



Onde:
E $\Rightarrow$ Força eletromotriz gerada;
R_E $\Rightarrow$ Resistência do eletrólito ;
R_P $\Rightarrow$ Resistência das placas;
R_T $\Rightarrow$ Resistência dos terminais.

A soma das resistências elétricas existentes internamente na pilha é denominada de **resistência interna**.

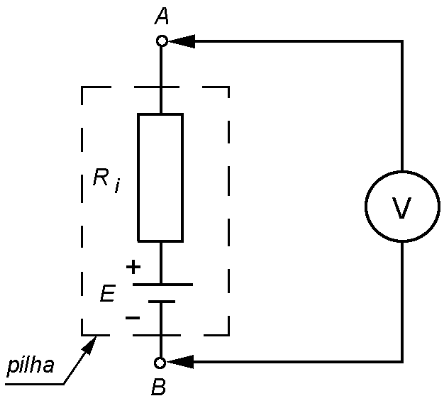


Influência da resistência interna na tensão de saída do gerador

A pilha gera internamente uma força eletromotriz, possui uma resistência interna e tem capacidade de fornecer corrente.

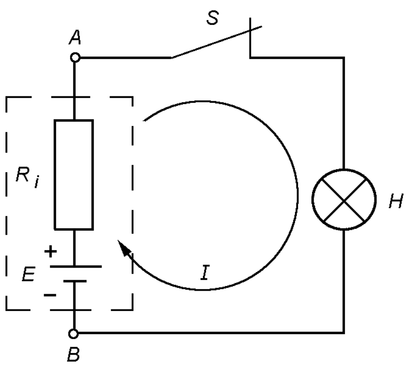
Quando uma pilha está desligada do circuito, não existe circulação de corrente elétrica em seu interior e portanto **não há queda de tensão** na resistência interna.

Ao conectar um voltímetro aos terminais da pilha, ele indicará o valor da força eletromotriz E, gerada.



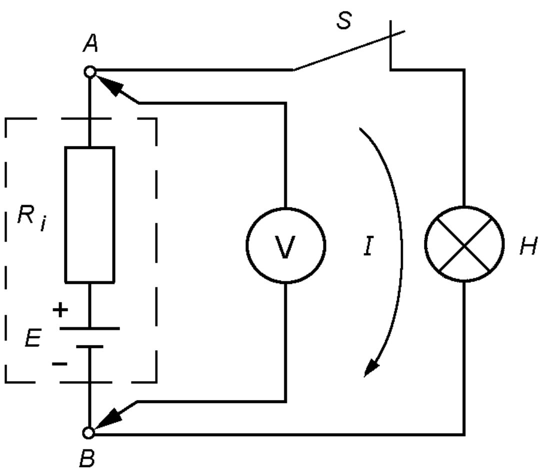
Onde:
E ⇒ Força eletromotriz gerada;
R_i ⇒ Resistência interna.

Quando uma carga é conectada aos terminais de uma pilha, ocorre a **circulação de corrente** no circuito e também na sua resistência interna.



A corrente que circula através da resistência interna provoca uma **queda de tensão V_{ri}**.

Desta forma, a tensão presente nos terminais de uma pilha **é igual** àforça eletromotriz gerada, **menos** a queda de tensão em sua resistência interna.



$$\mathbf{V = E - V_{Ri}}$$

Máxima transferência de potência

Quando se conecta uma carga a um gerador, deseja-se, em princípio, que **toda a energia** fornecida pelo gerador seja transformada em trabalho útil na carga.

Entretanto, devido àresistência interna existente no gerador este aproveitamento não é possível.

A corrente que circula através da resistência interna do gerador, provoca uma dissipação de potência em seu interior sob a forma de calor.

Esta potência tem seu valor determinado pela expressão:

$P_{Ri} = I^2 . R_i$

Nessa expressão, $\mathbf{P_{Ri}}$ é a potência dissipada na resistência interna; $\mathbf{R_i}$ é a resistência interna do gerador e **I** é a corrente fornecida pelo gerador.

A potência dissipada na resistência interna, se dissipa no interior do gerador, caracterizando-se como “**perda**”.

A corrente que circula através da resistência interna, também flui na **resistência da carga** e provoca uma dissipação de potência resultando em trabalho útil.

Uma das expressões utilizadas para determinar a potência dissipada na carga é apresentada a seguir.

$\mathbf{P_{RL} = I^2 . R_L}$

Nela, $\mathbf{P_{RL}}$ é a potência dissipada na carga; $\mathbf{R_L}$ é a resistência de carga e **I** é a corrente fornecida pelo gerador.

A corrente que circula no circuito pode ser determinada pela lei de Ohm.

$$I = \frac{E}{R}$$

No circuito em análise, a resistência total R é uma associação série de duas resistências $\mathbf{R_i}$ e $\mathbf{R_L}$.

Desta forma, a equação fica da seguinte forma:

$$I = \frac{E}{R_i + R_L}$$

Onde:
I $\Rightarrow$ Corrente elétrica do circuito;
E $\Rightarrow$ Força eletromotriz gerada;
R_i $\Rightarrow$ Resistência interna ;
R_L $\Rightarrow$ Resistência da carga.

Substituindo a notação I, corrente, na equação da potência na carga, temos:

$$\mathbf{P_{RL} = I^2 \,.\, R_L} \qquad \mathbf{I = \frac{E}{R_i + R_L}}$$

$$\mathbf{P_{RL} = \left(\frac{E}{R_i + R_L} \right)^2 .\, R_L}$$

Simplificando a equação:

$$P_{RL} = \frac{E^2 \,.\, R_L}{(R_i + R_L)^2}$$

Nota-se que a potência dissipada depende da força eletromotriz do gerador que é fixa, da resistência interna que também é fixa e da resistência de carga que é variável.

Desta forma, conclui-se que a **potência de carga** depende em grande parte da **resistência de carga**.

Quando se consome energia de um gerador, em muitos casos, deseja-se o máximo de transferência de potência para a carga.

A fim de verificar em que condições ocorre a dissipação máxima de potência na carga, será utilizado o seguinte exemplo: que valor de resistência deve ter a carga ligada a um gerador de 12 V com resistência interna de 100 Ω, para se obter a máxima transferência de potência?

Para o exemplo será montada uma tabela na qual constarão os valores da resistência de carga e a potência dissipada na carga, para os valores de tensão e resistência interna citados.

R_L (Ω)	$P_{RL} = \dfrac{E^2 \cdot R_L}{(R_i + R_L)^2}$ (W)
20	0,200
40	0,289
60	0,337
80	0,348
100	**0,360**
120	0,349
140	0,350
200	0,320

Analisando os valores referentes àpotência na carga, observa-se que, àmedida que vai aumentando o valor da resistência de carga, a potência também aumenta. Isto ocorre até que a resistência de carga atinja o **mesmo valor da resistência interna**.

Quando a resistência de carga ultrapassa o valor da resistência interna do gerador, a potência na carga começa a diminuir de valor.

Então, nota-se que a potência máxima na carga ocorre quando a resistência de carga é igual a 100 Ω, ou seja, possui **o mesmo valor** da resistência interna da fonte.

Para uma resistência de carga e resistência interna do gerador com o mesmo valor, a tensão do gerador se divide igualmente entre as duas resistências.

$V_{RL} = \sqrt{P \cdot R_L}$ $\qquad V_{RL} = \sqrt{0,36 \cdot 100}$ $\qquad \mathbf{V_{RL} = 6\ V}$

Desta forma, podemos concluir que:

Um gerador transfere o máximo de potência para uma carga, quando o valor da resistência da carga for igual à resistência interna do gerador e, consequentemente, a tensão na carga será a metade da tensão do gerador.

Visto que qualquer rede de corrente contínua terminada numa resistência de carga R_L pode ser transformada em um circuito equivalente de Thévenin, a lei da máxima transferência de potência pode ser generalizada, ficando da seguinte forma:
Quando uma rede de corrente contínua é terminada por uma resistência de carga igual à sua resistência Thévenin, a máxima potência será desenvolvida na resistência de carga.

Exercícios

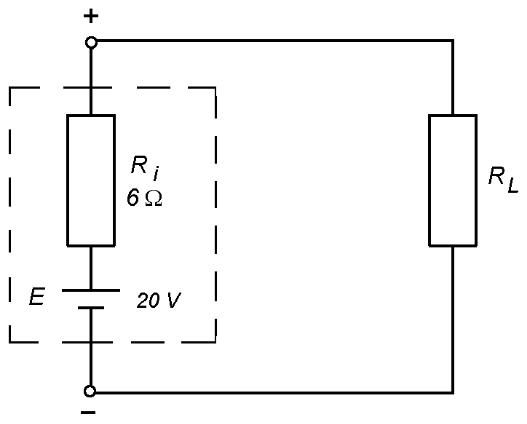
1. Responda:
a) Onde ocorre queda de tensão na pilha?

b) Qual é o principal responsável pelo valor da potência dissipada na carga ?

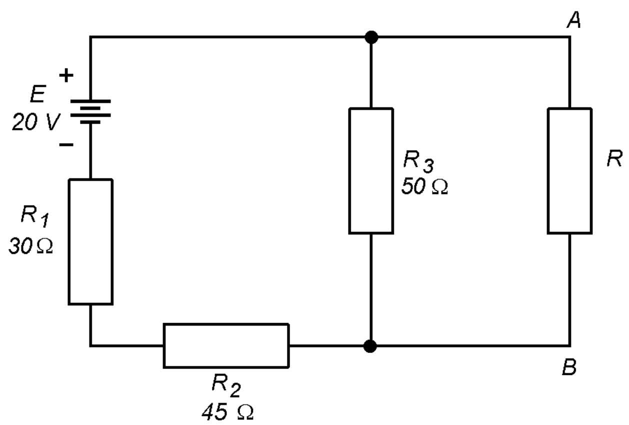
c) Quando ocorre a máxima transferência de potência na carga?

2. Resolva os problemas que seguem:
a) Uma bateria tem resistência interna de 10 Ω e tensão 12 V. Qual é a potência máxima que ela é capaz de fornecer àcarga?

b) No circuito que segue, calcular a potência dissipada para os valores de resistências de carga, 2 Ω, 4 Ω, 6 Ω, 8 Ω e 10 Ω. Em qual valor de resistência de carga ocorre a maior transferência de potência? Por quê?



c) Qual o valor da resistência R na qual ocorre a maior transferência de potência, P_R, no circuito que segue? Faça a análise utilizando o teorema de Thévenin.



Capacitores

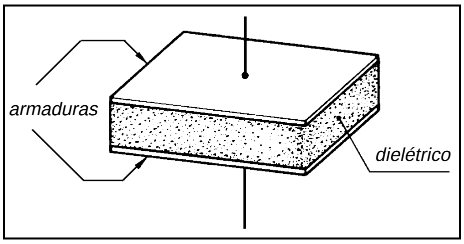
Os capacitores são componentes largamente empregados nos circuitos eletrônicos. Eles podem cumprir funções tais como o armazenamento de cargas elétricas ou a seleção de freqüências em filtros para caixas acústicas.

Este capítulo vai falar sobre o capacitor: sua constituição, tipos, características. Ele falará também sobre a capacitância que é a característica mais importante desse componente.

Para ter sucesso no desenvolvimento dos conteúdos e atividades deste capítulo, você já deverá ter conhecimentos relativos a condutores, isolantes e potencial elétrico.

Capacitor

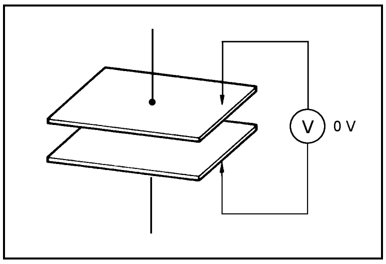
O capacitor é um componente capaz de **armazenar cargas elétricas**. Ele se compõe basicamente de duas placas de material condutor, denominadas de **armaduras**. Essas **placas** são **isoladas** eletricamente **entre si** por um material isolante chamado **dielétrico**.



Observações

I. O material condutor que compõe as armaduras de um capacitor é **eletricamente neutro** em seu **estado natural**;

II. em cada uma das armaduras o número total de **prótons** e **elétrons é igual**, portanto as placas **não têm potencial elétrico**. Isso significa que entre elas não há diferença de potencial (tensão elétrica).



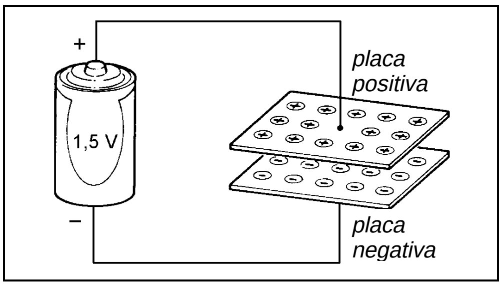
Armazenamento de carga

Conectando-se os terminais do capacitor a uma fonte de CC, ele fica sujeito à diferença de potencial dos pólos da fonte.

O **potencial** da bateria aplicado a cada uma das **armaduras** faz surgir entre elas uma força chamada **campo elétrico**, que nada mais é do que uma **força** de **atração** (cargas de sinal diferente) ou **repulsão** (cargas de mesmo sinal) entre **cargas** elétricas.

O pólo positivo da fonte absorve elétrons da armadura àqual está conectado enquanto o pólo negativo fornece elétrons àoutra armadura.

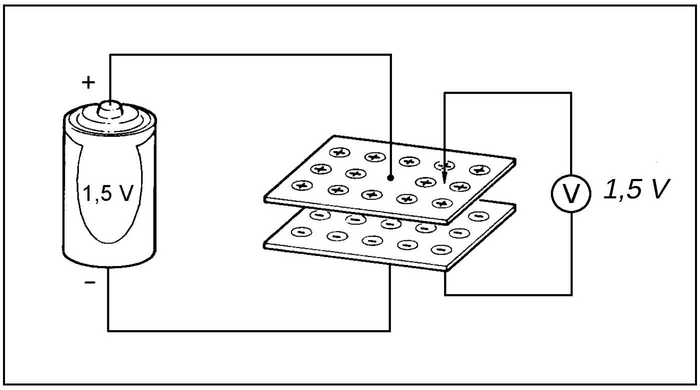
A armadura que fornece elétrons àfonte fica com íons positivos adquirindo um potencial positivo. A armadura que recebe elétrons da fonte fica com íons negativos adquirindo potencial negativo.



Observação
Para a análise do movimento dos elétrons no circuito usou-se o **sentido eletrônico** da corrente elétrica.

Isso significa que ao conectar o capacitor a uma fonte CC surge uma diferença de potencial entre as armaduras.

A tensão presente nas armaduras do capacitor terá um valor tão próximo ao da tensão da fonte que, para efeitos práticos, podem ser considerados iguais.



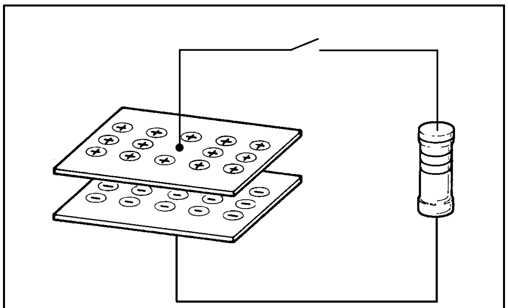
Quando o **capacitor** assume a **mesma tensão da fonte** de alimentação diz-se que o capacitor está "**carregado**".

Se, após ter sido carregado, o capacitor for desconectado da fonte de CC, suas armaduras permanecem com os potenciais adquiridos.

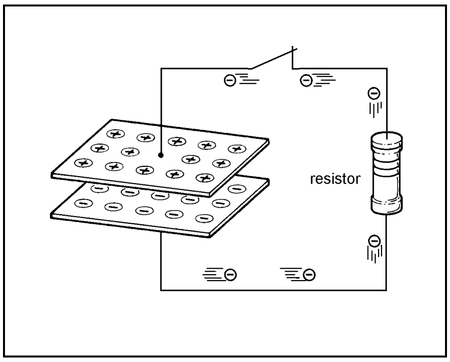
Isso significa, que, mesmo após ter sido desconectado da fonte de CC, ainda existe tensão presente entre as placas do capacitor. Assim, essa energia armazenada pode ser reaproveitada.

Descarga do capacitor

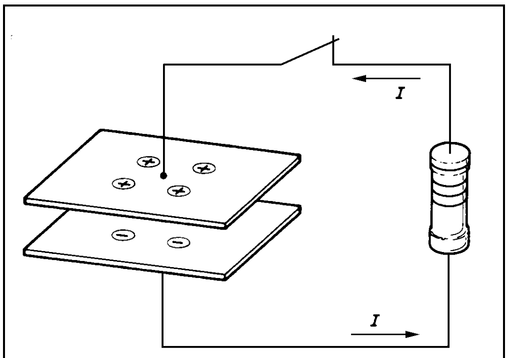
Tomando-se um **capacitor carregado** e conectando seus terminais a uma **carga** haverá uma **circulação de corrente**, pois o capacitor atua como fonte de tensão.



capacitor carregado



Isso se deve ao fato de que através do circuito fechado inicia-se o estabelecimento do equilíbrio elétrico entre as armaduras. Os elétrons em excesso em uma das armaduras, se movimentam para a outra onde há falta de elétrons, até que se **restabeleça o equilíbrio de potencial entre elas**.



capacitor em descarga

Durante o tempo em que o **capacitor** se **descarrega**, a **tensão entre suas armaduras diminui**, porque o número de íons restantes em cada armadura é cada vez menor. Ao fim de algum tempo, a tensão entre as armaduras é tão pequena que pode ser considerada zero.

Capacitância

A **capacidade de armazenamento** de cargas de um capacitor depende de alguns fatores:

- **área das armaduras**, ou seja, quanto maior a área das armaduras, maior a capacidade de armazenamento de um capacitor;
- **espessura do dielétrico**, pois, quanto mais fino o dielétrico, mais próximas estão as armaduras. O campo elétrico formado entre as armaduras é maior e a capacidade de armazenamento também;
- **natureza do dielétrico**, ou seja, quanto maior a capacidade de isolação do dielétrico, maior a capacidade de armazenamento do capacitor.

Essa **capacidade de um capacitor de armazenar cargas** é denominada de **capacitância**, que é um dos fatores elétricos que identifica um capacitor.

A **unidade de medida** de capacitância é o **farad**, representado pela letra **F**. Por ser uma unidade muito "grande", apenas seus submúltiplos são usados. Veja tabela a seguir.

Unidade	Símbolo	Valor com relação ao farad
microfarad	µF	10^{-6} F ou 0,000001 F
nanofarad	nF (ou KpF)	10^{-9} F ou 0,000000001 F
picofarad	pF	10^{-12} F ou 0,000000000001 F

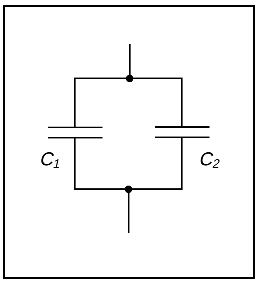
Tensão de trabalho

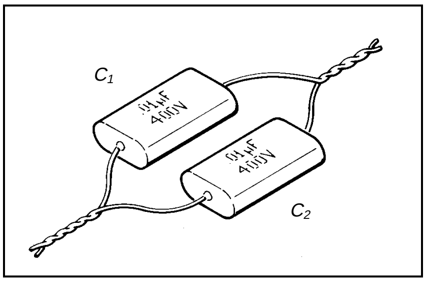
Além da capacitância, os capacitores têm ainda outra característica elétrica importante: a **tensão de trabalho**, ou seja, a **tensão máxima** que o capacitor pode suportar entre as armaduras. A aplicação no capacitor de uma tensão superior àsua tensão máxima de trabalho provoca o rompimento do dielétrico e faz o capacitor entrar em curto. Na maioria dos capacitores, isso danifica permanentemente o componente.

Associação de capacitores

Os **capacitores**, assim como os resistores podem ser **conectados entre si** formando uma associação série, paralela e mista. As associações paralela e série são encontradas na prática. As mistas raramente são utilizadas.

A **associação paralela** de capacitores tem por objetivo obter **maiores valores** de **capacitância**.





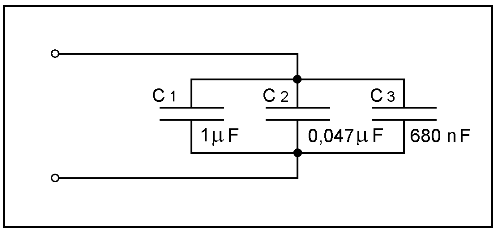
Essa associação tem características particulares com relação àcapacitância total e à tensão de trabalho.

A **capacitância total** (C_T) da associação paralela é a **soma das capacitâncias individuais**. Isso pode ser representado matematicamente da seguinte maneira:

$$\mathbf{C_T = C_1 + C_2 + C_3 ... + C_n}$$

Para executar a soma, todos os valores devem ser convertidos para a mesma unidade.

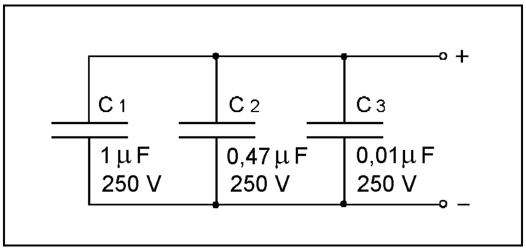
Exemplo:
Qual a capacitância total da associação paralela de capacitores mostrada a seguir:



$C_T = C_1 + C_2 + C_3 = 1 + 0,047 + 0,68 = 1,727$

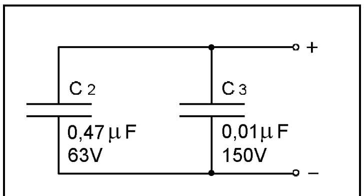
$\mathbf{C_T = 1,727\ \mu F}$

A **tensão de trabalho** de todos os **capacitores** associados em paralelo corresponde à**mesma tensão aplicada** ao conjunto.



Assim, a **máxima tensão** que pode ser **aplicada** a uma associação paralela é a do **capacitor** que tem **menor tensão** de trabalho.

Exemplo:
A máxima tensão que pode ser aplicada nas associações apresentadas nas figuras a seguir é **63 V**.

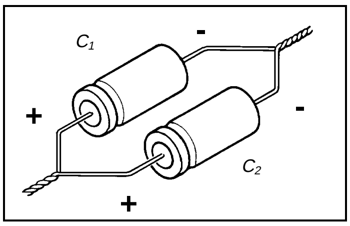


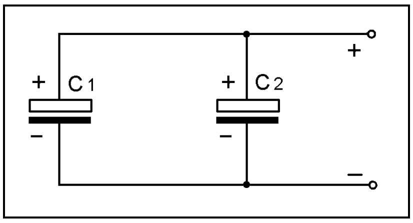
tensão máxima 63 V

É importante ainda lembrar dois aspectos:

- deve-se evitar aplicar sobre um capacitor a tensão máxima que ele suporta;
- em **CA**, a tensão máxima é a **tensão de pico**. Um capacitor com tensão de trabalho de 100 V pode ser aplicado a uma tensão eficaz máxima de 70 V, pois 70 V eficazes correspondem a uma tensão CA com pico de 100 V.

Associação paralela de capacitores polarizados
Ao associar capacitores polarizados em paralelo, tanto os terminais positivos dos capacitores quanto os negativos devem ser ligados em conjunto entre si.

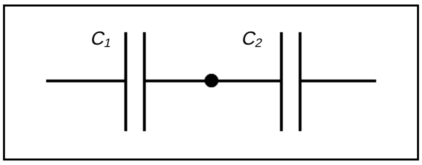


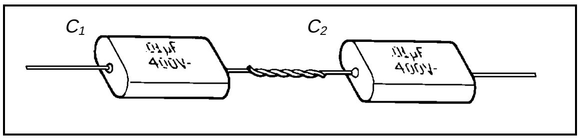


Observação
Deve-se lembrar que **capacitores polarizados** só podem ser usados em **CC** porque não há troca de polaridade da tensão.

Associação série de capacitores

A associação série de capacitores tem por objetivo obter **capacitâncias menores** ou **tensões de trabalho maiores**.





Quando se associam capacitores em série, a capacitância total é **menor** que o valor do menor capacitor associado. Isso pode ser representado matematicamente da seguinte maneira:

$$C_T = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \ldots \frac{1}{C_n}}$$

Essa expressão pode ser desenvolvida (como a expressão para R_T de resistores em paralelo) para duas situações particulares:

a) Associação série de dois capacitores**:**

$$C_T = \frac{C_1 \text{ x } C_2}{C_1 + C_2}$$

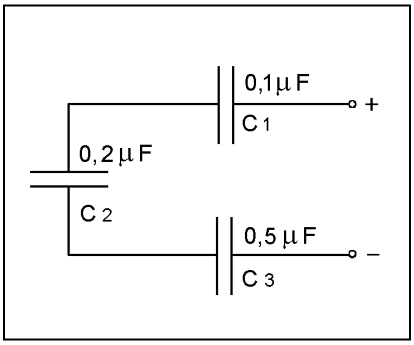
b) Associação série de "n" capacitores de mesmo valor:

$$C_T = \frac{C}{n}$$

Para a utilização das equações, **todos os valores** de capacitância devem ser convertidos para a **mesma unidade**.

Exemplos de cálculos

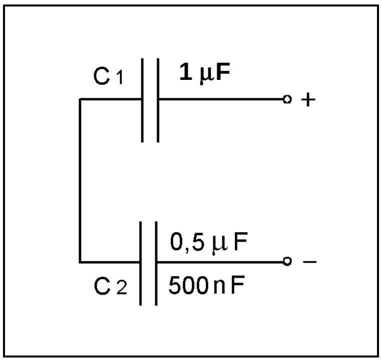
1)



$$C_T = \frac{1}{\frac{1}{0{,}1}+\frac{1}{0{,}2}+\frac{1}{0{,}5}} = \frac{1}{10+5+2} = \frac{1}{17} = 0{,}059$$

C_T = 0,059 μF

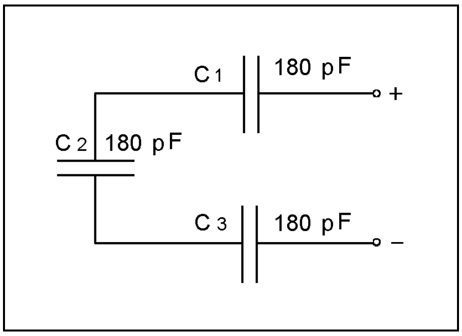
2)



$$C_T = \frac{C_1 \times C_2}{C_1 + C_2} = \frac{1 \times 0{,}5}{1 + 0{,}5} = \frac{0{,}5}{1{,}5} = 0{,}33$$

C_T = 0,33 μF

3)



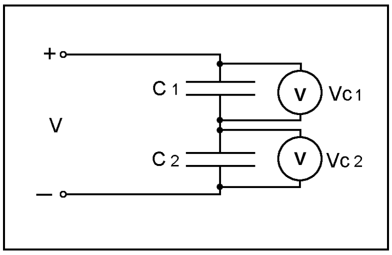
$C_1 = C_2 = C_3 = C$ = 180 pF

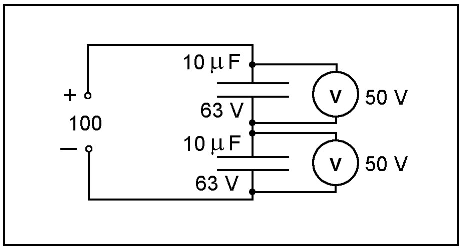
$$C_T = \frac{C}{n} = \frac{180}{3} = 60$$

C_T = 60 pF

Tensão de trabalho da associação série

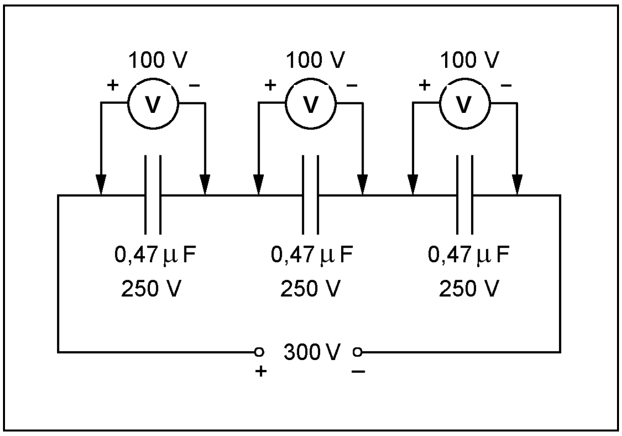
Quando se aplica tensão a uma associação série de capacitores, a **tensão** aplicada **se divide** entre os dois capacitores.





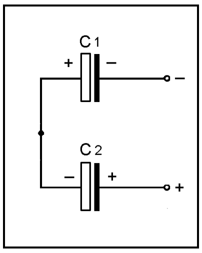
A **distribuição da tensão** nos capacitores ocorre de forma **inversamente proporcional à capacitância**, ou seja, quanto maior a capacitância, menor a tensão; quanto menor a capacitância, maior a tensão.

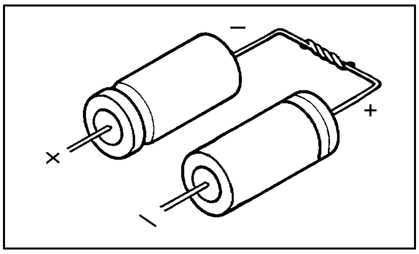
Como forma de simplificação pode-se adotar um procedimento simples e que evita a aplicação de tensões excessivas a uma associação série de capacitores. Para isso, associa-se em série **capacitores de mesma capacitância** e **mesma tensão de trabalho**. Desta forma, a tensão aplicada se distribui igualmente sobre todos os capacitores.



Associação série de capacitores polarizados

Ao associar capacitores polarizados em série, o **terminal positivo** de um capacitor é conectado ao **terminal negativo** do outro.





É importante lembrar que **capacitores polarizados** só devem ser ligados em **CC**.

Exercícios

1. Responda as seguintes questões.

a) O que é capacitor e qual é sua composição básica?

____

____

____

b) Em estado natural, qual é a carga elétrica da placa de um capacitor ?

____

____

____

c) Quando se diz que um capacitor está carregado ?

____

____

____

d) O que ocorre quando é conectado uma carga aos terminais de um capacitor ?

____

____

e) O que ocorre com o valor da tensão do capacitor quando está se descarregando ?

f) Defina capacitância.

g) Quais fatores influenciam no valor da capacitância de um capacitor ?

h) Qual é a unidade de medida da capacitância, e por qual letra é representada ?

2. Associe a coluna da direita com a coluna da esquerda.

a) Associação série de capacitores ( ) Somente em CC.
b) Associação paralela de capacitores ( ) Capacitância total é soma das parciais.
c) Capacitores polarizados ( ) A tensão aplicada se divide.

3. Resolva os problemas que seguem. Monte os respectivos diagramas.

a) Qual é a capacitância total em uma associação de capacitores em série com os seguintes valores.
$C_1 = 1200\ \mu F$
$C_2 = 60\ \mu F$
$C_3 = 560\ \mu F$

b) Determine a capacitância total de uma associação de capacitores em paralelo, cujos valores são:
$C_1 = 2200\ \mu F$

C_2 = 2200 μF
C_3 = 2200 μF

c) Uma associação de capacitores em paralelo é formada por dois capacitores, com valores de 0,01 μF e 0,005 μF. Qual é o valor de capacitância equivalente desta associação em KpF?

d) Qual o valor da capacitância equivalente, em nF, de uma associação de capacitores em paralelo com os seguintes valores:
C_1 = 20 nF
C_2 = 0,047 μF
C_3 = 200 pF
C_4 = 0,0000570 F

e) Qual deve ser o valor máximo da tensão aplicada a um circuito com os seguintes capacitores associados em paralelo.
C_1 = 0,0037 μF - 200V
C_2 = 1200 μF - 63 V

3. Responda:

a) Um capacitor não polarizado, construído para uma tensão de trabalho de 220 V pode ser ligado a uma rede de tensão alternada de 220 V_{EF}? Justifique.

Constante de tempo RC

Os capacitores também podem se usados em circuitos de corrente contínua, principalmente em aplicações que envolvam temporização.

Este capítulo faz um estudo mais detalhado da forma como ocorre a carga e a descarga de um capacitor em CC. Esse conhecimento é imprescindível para que você possa entender a sua aplicação nos circuitos de temporização.

Para aprender esse conteúdo com mais facilidade, é necessário que você tenha conhecimentos anteriores relativos a resistência elétrica, fontes de CC e capacitores.

Processo de carga de um capacitor

Como já foi visto, o material que constitui as armaduras de um capacitor é eletricamente neutro no seu estado natural, ou seja, possui igual número de prótons e elétrons. Portanto, não há diferença de potencial entre essas armaduras.

Nessa condição, diz-se que o capacitor está descarregado.

Entretanto, se um capacitor for conectado a uma fonte de CC, após algum tempo existirá entre as suas armaduras e mesma diferença de potencial existente nos pólos da fonte.
fig 1

Nesta condição, diz-se que o capacitor está carregado.

Esse processo de carga não é linear, ou seja, a tensão presente sobre o capacitor não aumenta proporcionalmente com o passar do tempo.

Para entender porque isso acontece, é preciso, antes, conhecer os seguintes aspectos sobre o capacitor:

a) A diferença de potencial entre as armaduras de um capacitor é proporcional à quantidade de cargas armazenadas. Isso significa que armazenando o dobro da quantidade de cargas em um capacitor, a ddp entre as armaduras também dobra.
b) A quantidade de carga armazenada no capacitor em um período de tempo, por sua vez, depende da corrente de carga: quando a corrente da carga é alta, a quantidade de carga armazenada é alta; quando a corrente de carga é baixa a quantidade de carga armazenada aumenta vagarosamente.

fig 2

Assim, a forma como o capacitor se carrega depende fundamentalmente da corrente de carga. Vamos analisar o circuito a seguir, admitindo que, na condição inicial (chave desligada), o capacitor esteja completamente descarregado.

fig 3

Quando a chave é ligada, os 10V da fonte são aplicados à extremidade A do resistor. A extremidade B do resistor está a zero volt porque não há tensão sobre o capacitor. A diferença de potencial sobre o resistor é de 10V (VA - VB ou 10V - 0V).

fig 4

Com os dados disponíveis, é possível determinar a corrente inicial através de resistor que é também a corrente inicial de carga do capacitor.

$$I = \frac{V_R}{R} = \frac{10\ V}{10\Omega} = 1\,A$$

Com este valor inicial de corrente, a tensão entre as armaduras do capacitor cresce rapidamente.

fig 5

Após algum tempo, o acúmulo de cargas no capacitor provocará o surgimento de uma ddp entre as armaduras.

Supondo, por exemplo, que esta ddp seja de 5 V, o circuito estará em uma nova condição:

fig 6

O circuito acima mostra que, com o crescimento da tensão sobre o capacitor, a ddp sobre o resistor diminuiu de 10 V no instante inicial para 5V após algum tempo.

Nesse novo instante, a corrente de carga do capacitor tem um novo valor:

$$I_{CARGA} = \frac{5\ V}{10\ \Omega} = 0{,}5\ A$$

Como a corrente de carga do capacitor diminuiu, a ddp sobre o capacitor cresce mais lentamente.

fig 7

Nos tempos seguintes, podemos aplicar o mesmo raciocínio, ou seja, com VC = 7, tem-se:

$$I = \frac{V_R}{R} = \frac{10\ V - 7\ V}{10\ \Omega} = \frac{3\ V}{10\ \Omega} = 0{,}3\ A$$

Com V_C = 8 V:

$$I = \frac{10\ V - 8\ V}{10\ \Omega} = \frac{2\ V}{10\ \Omega} = 0{,}2\ A$$

E assim sucessivamente, até V_C = 10 V:

$$I = \frac{10\ V - 10\ V}{10\ \Omega} = \frac{0\ V}{10\ \Omega} = 0\ A$$

A corrente que iniciou com um valor alto vai diminuindo até chegar a zero porque nesse momento o capacitor está com o mesmo potencial da fonte, ou seja, está carregado.

Se fosse possível medir e anotar a tensão a cada microssegundo, o gráfico obtido teria a seguinte curva:

fig 8

Dividindo esse gráfico em intervalos de tempos iguais, pode-se observar claramente como isso se processa.

fig 9

Se o mesmo procedimento fosse feito com a corrente de carga, o resultado seria o gráfico mostrado a seguir.

fig 10

Observação
As duas curvas apresentadas acima são genéricas, ou seja, valem para quaisquer valores de resistência, capacitância e tensão de alimentação.

Dependendo dos valores de R e C, a curva pode se tornar mais larga, mais estreita ou ter maior ou menor amplitude, porém sua forma básica não se alterará:

fig 11

Constante de tempo RC

O tempo de ocorrência do processo de carga de um capacitor depende de dois fatores:
- da capacitância do capacitor;
- da resistência elétrica do circuito de carga.

Isso pode ser explicado com base no processo de carga, tomando como base um circuito de referência e suas curvas de tensão e corrente.
fig 12

O valor de corrente máxima do circuito é encontrado tomando-se como referência a condição inicial do circuito.

$$I = \frac{V_F - V_C}{R} = \frac{10\text{ V - 0 V}}{10\,k\Omega} = 1\,mA$$

Supondo, por exemplo, que o resistor de 10k do circuito fosse substituído por um de 20k Ω , a corrente inicial seria:

$$I = \frac{10\text{ V - 0V}}{20\,k\Omega} = 0{,}5\,mA$$

Sabendo-se que com corrente menor a tensão sobre o capacitor aumenta mais lentamente, pode-se concluir que, aumentando o valor de R, o capacitor levará mais tempo para se carregar.

fig 13

Os gráficos acima demonstram que, ao dobrar a resistência, o capacitor levará o dobro do tempo para atingir o mesmo potencial da fonte.

O mesmo raciocínio pode ser feito em relação à capacitância. Um capacitor A com o dobro da capacitância de um capacitor B necessita o dobro de cargas armazenadas para ficar com a mesma ddp.

Veja a seguir gráficos comparativos entre dois circuitos com a mesma resistência e capacitores diferentes.

fig 14

Se o tempo de carga é proporcional a R e a C, pode-se concluir que o tempo de carga é diretamente proporcional a RC. Usando valores de resistência em ohms e de capacitância em farads, a resposta da representação matemática será em segundos, ou seja: R (Ω) . C (F) = t (s).

Este valor de tempo encontrado na resolução da equação é denominado de constante de tempo do circuito RC.

Por exemplo, um circuito formado por um resistor de 10k e um capacitor de 100 F têm uma constante de tempo de:

fig 15

Tempo de carga total de um capacitor

Após algum tempo, todo o capacitor ligado a uma fonte de CC através de uma resistência elétrica está carregado.

Esse tempo de carga total (tc) está diretamente relacionado com a constante de tempo RC do circuito. A equação que relaciona tc a RC é:

tc = 5RC

Esta equação nos diz que um capacitor está completamente carregado após transcorrido um tempo de 5 vezes a constante de tempo.

Por exemplo, o tempo total de carga de um capacitor de 100 F em série com um resistor de 10k é:

fig 16

Isso significa que 5s depois do fechamento da chave S, a tensão sobre as armaduras do capacitor será de 10V.

Observação

Na prática, verifica-se que após 5RC a tensão sobre o capacitor é de 99,3% da tensão da fonte. Nessa condição, o capacitor é considerado carregado.

Deve ser ressaltado também que o tempo de 5RC é independente da tensão CC aplicada à entrada.

A tabela a seguir mostra o percentual de tensão sobre as armaduras do capacitor após cada constante de tempo.

Tempo de carga (RC)	**% de V_{CC} sobre o capacitor**

0	0
1 RC	63%
2 RC	86,5%
3 RC	95%
4 RC	98%
5 RC	100% (assumido)

Observação

Os dois percentuais correspondentes a 1RC e 2RC devem ser memorizados.

Exemplo

Com base no circuito a seguir, determine:

- a constante de tempo;
- o tempo e a tensão no capacitor após a 2a constante de tempo;
- o tempo total de carga.

fig 17

a) constante de tempo:
   RC = 0,12 MΩ · 0,1 µF = 12ms

b) tempo de tensão correspondentes a 2 RC:
   RC = 12ms
   2 RC = 24ms
   percentual de 2 RC = 86,5%

$$V_C = \frac{V_{CC} \cdot \%}{100} = \frac{18\ V \cdot 86{,}5}{100} = 15{,}57\ V$$

c) tempo de carga total:
   tc = 5RC = 5 · 12ms = 60ms

Descarga do capacitor

Quando um capacitor previamente carregado retorna ao estado de equilíbrio elétrico, diz-se que ele passou pelo processo de descarga.

Em geral, esse processo se faz através de uma carga, que absorve a energia armazenada no capacitor, transformando-a em outro tipo de energia.

fig 18

Vamos analisar esse processo tomando como base o circuito a seguir.

fig 19

No momento inicial, o capacitor está carregado, apresentando uma tensão de 10V entre seus terminais. Como a chave S está desligada, a tensão sobre o resistor é zero e a corrente também.

No momento em que a chave é ligada, a ddp presente sobre o capacitor (10 V) é aplicada sobre o resistor. Instantaneamente, a corrente sobe para 1 A.

fig 20

Isso porque:

$$I = \frac{V}{R} = \frac{10\ V}{10} = 1\ A$$

Entretanto, essa corrente existe apenas durante um curtíssimo espaço de tempo, porque com corrente de descarga alta, o capacitor se descarrega rapidamente. Graficamente a tensão no capacitor nos momentos iniciais pode ser representada pelo gráfico a seguir.

fig 21

Num segundo momento, algum tempo após a ligação da chave, a tensão no capacitor já é bem menor que 10V. Se a tensão sobre C for de 4V, por exemplo, a corrente seria:

$$I = \frac{4\ V}{10\ \Omega} = 0{,}4\ A$$

Isso mostra que, com o decorrer da descarga, a corrente vai se tornando menor. Consequentemente, o capacitor vai se descarregando cada vez mais lentamente.

fig 22

Quanto menor a tensão restante no capacitor, menor a corrente de descarga e mais lentamente o capacitor se descarrega.

fig 23

As curvas de carga e descarga obedecem à mesma equação matemática. Portanto, a descarga completa também ocorre em 5 constantes de tempo.

Veja na tabela a seguir os percentuais de tensão restante no capacitor após cada constante de tempo.

Tempo de descarga (RC)	**% restante da tensão sobre o capacitor (em relação ao valor inicial)**
0	100%
1 RC	37%
2 RC	13,5%
3 RC	5%
4 RC	2%
5 RC	0

Observação

Os valores correspondentes à primeira e segunda constante de tempo devem ser memorizados.

Exemplo

O capacitor do circuito a seguir está carregado com 12 V_{CC}.

fig 24

Determine:

- a constante de tempo do circuito;
- o tempo de descarga total após fechada a chave;
- a tensão sobre o capacitor após transcorrida uma constante de tempo.

a) constante de tempo:

$RC = 0{,}1M\Omega \ . \ 100\ \mu F = 10s$

b) tempo total de descarga
td = 5 . R . C = 5 . 10s = 50s

c) tensão no capacitor após 1 RC

$$V_C = \frac{V_{Cinicial} \cdot \%}{100} = \frac{12\,V \cdot 37}{100} = 4{,}44\,V$$

Exercícios

1. Responda às seguintes perguntas.

a) O que acontece quando um capacitor é conectado a uma fonte de CC?

____

____

____

____

____

b) Um capacitor C foi carregado com uma quantidade Q de cargas elétricas. Posteriormente. a quantidade de carga armazenada foi elevada para um valor quatro vezes maior. quantas vezes a tensão final (após a segunda carga) é maior que após a primeira carga?

____

____

c) A corrente de carga de um capacitor é pequena. O que se pode afirmar sobre a forma como a ddp no capacitor aumenta?

____

____

____

____

d) Quando um capacitor é ligado diretamente a uma fonte de CC (sem resistor em série) o processo de carga é praticamente instantâneo. Explique por que, lembrando que a resistência interna da fonte é baixíssima.

2. Resolva as seguintes questões.

a) Determine a constante de tempo nas seguintes situações:

1. $R = 82\ k\Omega$ — $C = 1\ \mu F$
2. $R = 10\ k\Omega$ — $C = 330\ pF$
3. $R = 100\ \Omega$ — $C = 220\ \mu F$
4. $R = 5.6\ k\Omega$ — $C = 470\ nF$

b) De acordo com os dados fornecidos, determine o tempo de carga total do capacitor em cada uma das seguintes situações.

1. $R = 18\ k\Omega$ — $C = 4{,}7\ \mu F$
2. $R = 330\ k\Omega$ — $C = 680\ pF$
3. $R = 1\ M\Omega$ — $C = 10\ \mu F$ — $V_{CC} = 10\ V$
4. $R = 1\ M\Omega$ — $C = 10\ \mu F$ — $V_{CC} = 15\ V$

c) É correto afirmar que o tempo de carga total de um capacitor **não** depende da tensão aplicada, mas apenas de R e C? Com base nas respostas dos itens 3 e 4 da questão anterior, explique por quê.

Representação vetorial de grandezas elétricas em CA

Em circuitos onde existem apenas tensões contínuas, a tarefa de analisar e compreender seu funcionamento não representa grande dificuldade tendo em vista que os valores são estáticos e podem ser medidos a qualquer momento.

Já nos circuitos alimentados por CA, ou onde existem sinais alternados, a análise tende a se tornar mais trabalhosa devido ao fato dos valores de tensão e corrente estarem em constante modificação.

Por isso, é comum apresentar os parâmetros elétricos de um circuito de CA através de vetores, o que simplifica principalmente a determinação de valores através de cálculos.

Este capítulo tratará da defasagem entre grandezas CA, de vetores e da representação vetorial de parâmetros elétricos de CA e tem por objetivo fornecer informações necessárias para simplificar a análise de circuitos em CA.

Para aprender esses conteúdos com mais facilidade, é necessário ter conhecimentos anteriores sobre tensão e corrente alternada.

Vetores

Existem grandezas que podem ser expressas simplesmente por um número e uma unidade. Assim, quando se diz que a **temperatura** em um determinado momento é de 20^{o} C, a mensagem que se quer dar é perfeitamente compreensível.
Esse tipo de grandeza é chamado de **grandeza escalar** das quais o tempo, a distância, a massa são alguns exemplos.

Todavia, para algumas grandezas, um número e uma unidade não são suficientes. Se, por exemplo, um general em meio a uma batalha envia a seguinte mensagem ao comandante da tropa que está na frente de batalha*: "Desloque o seu regimento 6km do ponto atual o mais breve possível"*, o comandante ficará certamente confuso pois ela não diz a direção do deslocamento, ou seja, norte, sul, leste, oeste, noroeste...

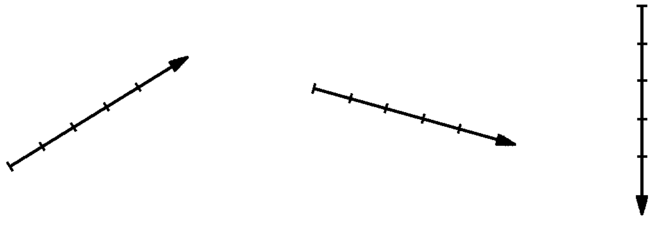
Portanto, para definir um **deslocamento** não é suficiente dizer apenas de quanto este deve ser. As grandezas que definem o deslocamento, por exemplo, são chamadas de **grandezas vetoriais**.

Outros exemplos de grandezas vetoriais são: a força, a velocidade e o campo elétrico.

Para a perfeita determinação de uma grandeza vetorial, são necessárias três informações:

- um valor numérico;
- uma direção;
- um sentido.

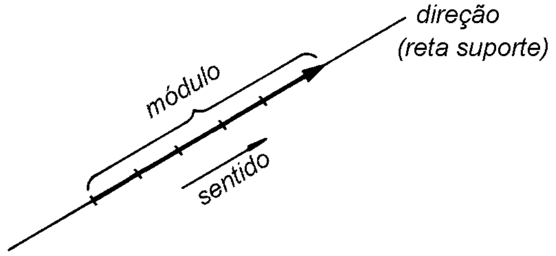
Assim, para que a mensagem do general fosse perfeitamente compreendida, deveria estar nos seguintes termos: "Desloque o seu regimento **6km do ponto atual**, na **direção** norte-sul, **sentido** sul, o mais breve possível".



Uma grandeza vetorial pode ser representada graficamente através de um segmento

de reta orientado denominado de vetor.
Como se pode observar em qualquer um dos vetores da figura acima, essa representação gráfica fornece as três informações necessárias a respeito da grandeza vetorial, ou seja:

- módulo ⇒ é o comprimento do segmento;
- direção ⇒ é a direção da reta suporte do segmento;
- sentido ⇒ é a orientação sobre a reta suporte.

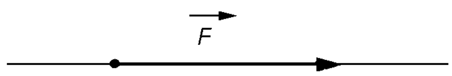


Os vetores constituem-se em **fator de simplificação** na análise de situações diárias.

Vamos supor, por exemplo, que uma pessoa deseje levar uma mesinha com uma televisão do canto esquerdo de uma sala para o canto direito. Intuitivamente, qualquer pessoa sabe que terá que puxar ou empurrar a mesinha com uma determinada força para que isso aconteça. O ponto de aplicação da força (a mesinha) é denominado de ponto P.

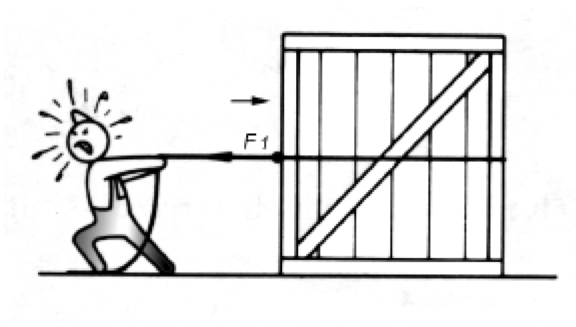
Essa força pode ser representada através de um vetor:

- módulo ⇒ valor numérico da força para movimentar a mesinha;
- direção ⇒ horizontal;
- sentido ⇒ da esquerda para a direita.

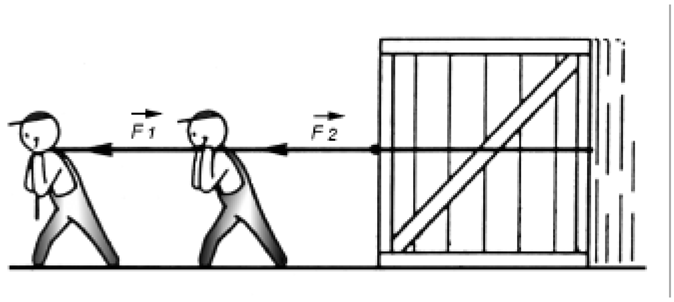


Resultante de um sistema de vetores - mesmo sentido, mesma direção
Em muitas situações, existe mais de uma força atuando sobre o mesmo ponto ao mesmo tempo. Nesses casos, o emprego de uma representação gráfica simplifica a determinação de uma solução.

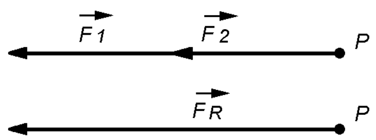
Vamos supor, por exemplo, que uma pessoa tem que puxar uma caixa pesada. Ao tentar, essa pessoa conclui que não consegue movimentar a caixa sozinha.



A solução é pedir ajuda, incluindo mais uma força no sistema. Naturalmente, essa segunda força tem que atuar na mesma direção e no mesmo ponto de aplicação que a primeira para que o resultado ou a resultante seja o desejado. A **resultante**, nesse caso, será **a soma das forças** atuando na mesma direção e sentido das forças individuais.



A figura a seguir mostra a representação completa do sistema de forças e sua resultante.



Assim, se duas forças F_1 e F_2 aplicadas a um mesmo ponto atuam na mesma direção e mesmo sentido a resultante será:

- módulo = $F_1 + F_2$;
- direção = a da reta que contém as duas forças;
- sentido = o mesmo das forças.

Exemplo

Duas pessoas puxam, na mesma direção e sentido, uma corda presa a uma carga. A primeira exerce uma força de 45 N (Newton: unidade de medida de força) e a segunda uma força de 55 N. Qual o módulo, direção e sentido da força resultante?

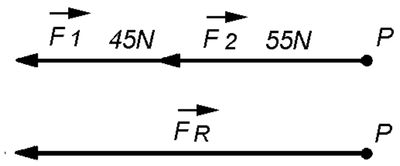


Diagrama de vetores:

F_R = 45 + 55 = 100 N

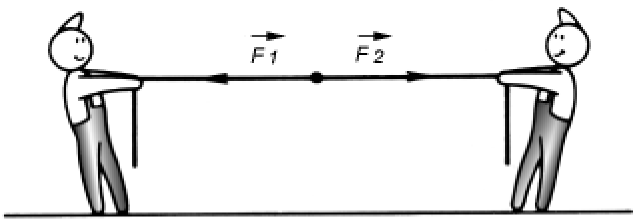
Módulo resultante = 100 N

Direção da resultante ⇒ a mesma das forças aplicadas (horizontal);
Sentido da resultante ⇒ o mesmo das forças aplicadas (da direita para a esquerda).

Resultante de um sistema de vetores - mesma direção, sentidos opostos

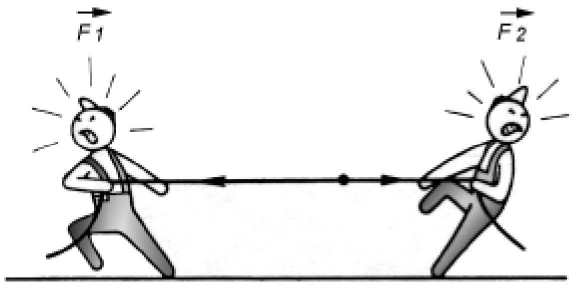
Em algumas situações, as forças de um sistema têm a mesma direção, mas sentidos opostos.

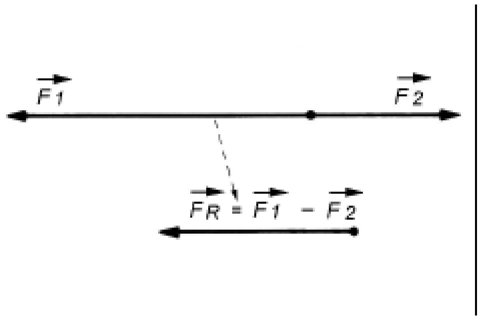
Vamos imaginar, por exemplo, a brincadeira do "cabo de guerra".



Esse é um exemplo típico de um sistema onde as forças atuam na **mesma direção** (a da corda), mas em **sentidos opostos**. Considerando a corda como ponto de aplicação das forças, o sistema pode ser representado conforme a figura a seguir.

Nesse caso, a **resultante** será o resultado da **subtração de uma força da outra**, com a direção mantida (a da corda) e o sentido da força maior.



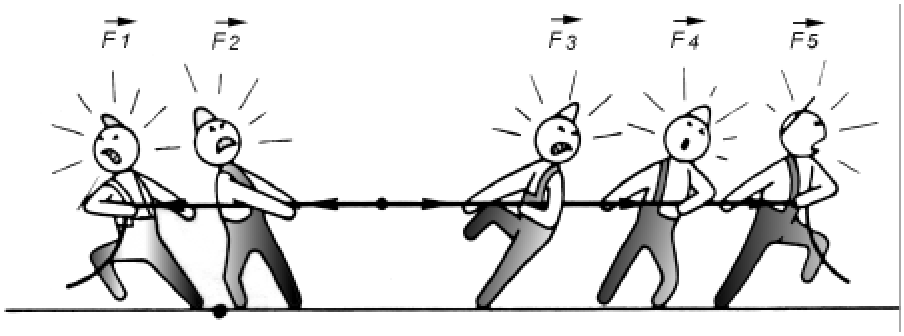


Assim, se duas forças F_1 e F_2 aplicadas ao mesmo ponto, atuam na mesma direção e em sentidos opostos, tem-se como resultante:

- módulo = F_1 - F_2 (a maior menos a menor);
- direção = a da reta que contém as duas forças;
- sentido = o da força maior.

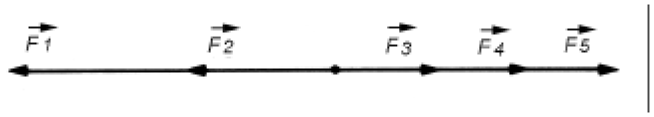
Exemplo

Determinar a resultante do sistema de forças da figura a seguir.



F_1 = 50 N
F_2 = 60 N
F_3 = 35 N
F_4 = 30 N
F_5 = 30 N

Diagrama de vetores:



Primeiro verifica-se que F_1 e F_2 atuam na mesma direção e sentido, podendo ser substituídas por uma resultante parcial F_{R1}.

$F_{R1} = F_1 + F_2$ $\quad$ $F_{R1} = 50 + 60$ $\quad$ $\mathbf{F_{R1} = 110\ N}$

Da mesma forma pode ser feito com F_3, F_4 e F_5 que são substituídas por uma resultante parcial F_{R2}.

$F_{R2} = F_3 + F_4 + F_5$ $\quad$ $F_{R2} = 35 + 30 + 30$ $\quad$ $\mathbf{F_{R2} = 95\ N}$

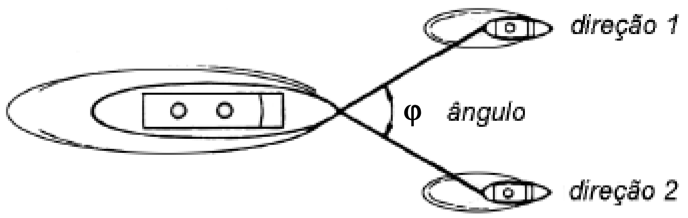
Agora é possível determinar a resultante do sistema F_R:

$F_R = F_{R1} – F_{R2}$
$F_R = 110 - 95 = 15\ N$

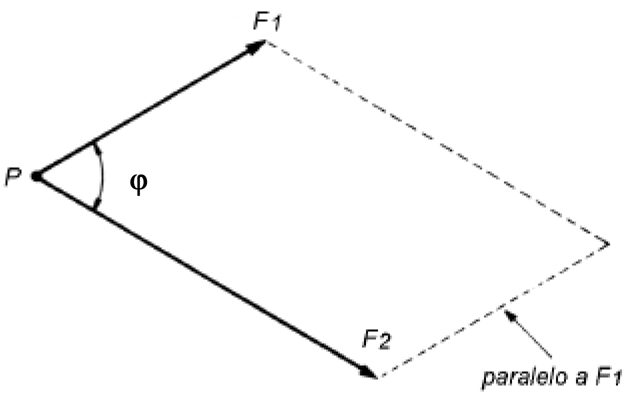
Direção $\Rightarrow$ a da corda (horizontal)
Sentido $\Rightarrow$ o da força resultante maior, ou seja, F_{R1} (para a esquerda).

Resultante de um sistema de vetor - mesmo ponto P e direções diferentes
Em uma terceira situação, forças aplicadas a um mesmo ponto não têm a mesma direção.

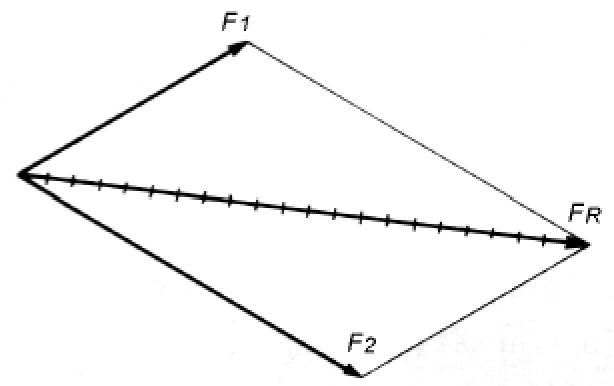
Vamos supor, por exemplo, dois rebocadores puxando um transatlântico através de dois cabos. O **ponto de aplicação** das forças é o **mesmo** (no transatlântico), porém as **direções são diferentes**.



Nesse caso, a forma mais simples de encontrar a solução é a forma gráfica pela regra do paralelogramo: coloca-se no papel os dois vetores desenhados em escala com o ângulo correto entre eles. Então, traça-se pela extremidade de cada um dos vetores dados uma linha tracejada, paralela ao outro.



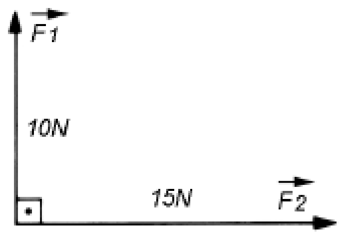
Forma-se assim um paralelogramo cuja diagonal é a resultante. Medindo a resultante com a mesma escala usada para os vetores que a compõem, obtém-se **o módulo da resultante**.



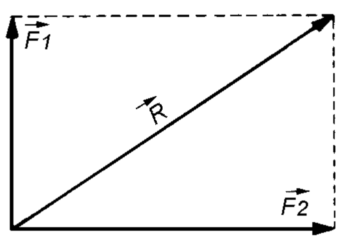
A direção e o sentido ficam estabelecidos automaticamente no traçado gráfico. Neste caso, **calcula-se matematicamente** o **vetor resultante** conforme a seguinte fórmula: $F_R^2 = F_1^2 + F_2^2 + 2 . F_1 . F_2 . \cos \varphi$.

Onde φ é o ângulo entre as duas forças.

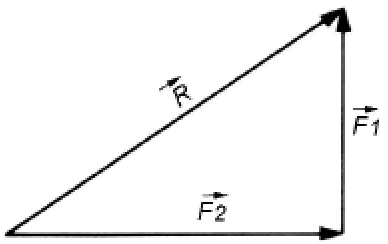
Um caso particular desta situação, é quando há um ângulo de 90^o (reto) entre as forças. Observe o exemplo a seguir.



A resolução gráfica mostra que o paralelogramo formado é um **retângulo** onde a **resultante é uma diagonal**.



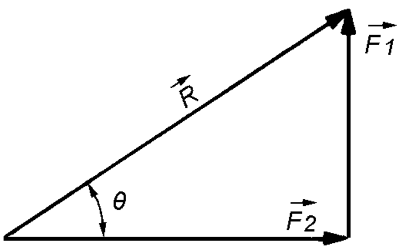
Trocando-se o vetor F_1 de posição, forma-se um **triângulo retângulo** em que F_1 e F_2 são os catetos e R é a hipotenusa.



Neste caso, o módulo dos vetores se relaciona segundo o **teorema de Pitágoras**:

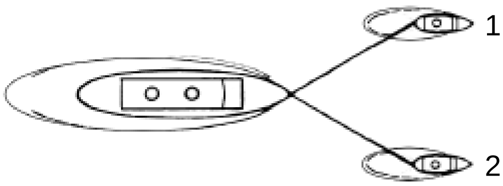
Assim, se duas forças F_1 e F_2 aplicadas a um mesmo ponto formam um ângulo de 90^o entre si, a resultante é dada pelo teorema de Pitágoras: $\mathbf{R^2 = (F_1)^2 + (F_2)^2}$

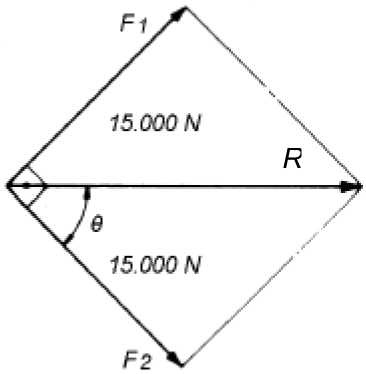
O ângulo formado entre os vetores componentes e a resultante é dado pelas relações trigonométricas:



Exemplo

Dois rebocadores de 15000 N cada um, tracionam um transatlântico. Sabendo-se que o ângulo entre os dois cabos dos dois rebocadores é de 90°, determinar o módulo da resultante e o ângulo desta com relação ao rebocador 2.





$$R = (F_1)^2 + (F_2)^2 = \sqrt{15000^2 + 15000^2} = \sqrt{450\,000\,000} = 21213 \text{ N}$$

$$\text{Cos}\theta = \frac{\text{cateto adjasceste}}{\text{hipotnusa}} = \frac{F_2{}^2}{R} = \frac{15000}{21213} = 0{,}707$$

θ = arco cos 0,707

$\boldsymbol{\theta}$ **= 45°**

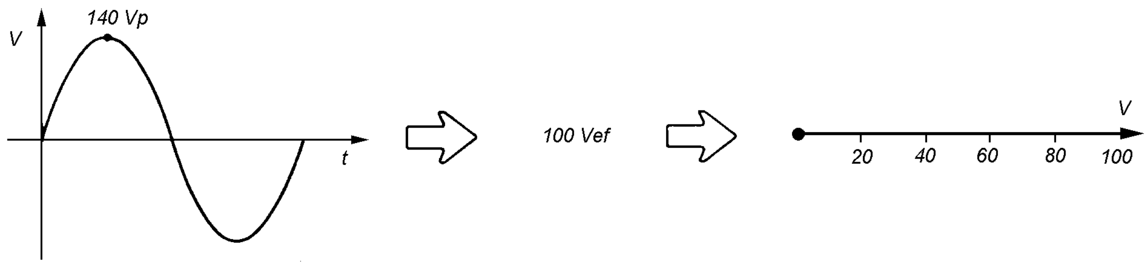
Representação vetorial de parâmetros elétricos CA

A análise do comportamento e dos parâmetros de um circuito em CA apresenta certas dificuldades porque os valores de tensão e corrente estão em **constante modificação**.

Mesmo os gráficos senoidais, que podem ser usados com este objetivo, tornam-se complexos quando há várias tensões ou correntes envolvidas com defasagem entre si.

Por isso, é muito comum empregar **gráficos vetoriais em substituição** aos **senoidais**.

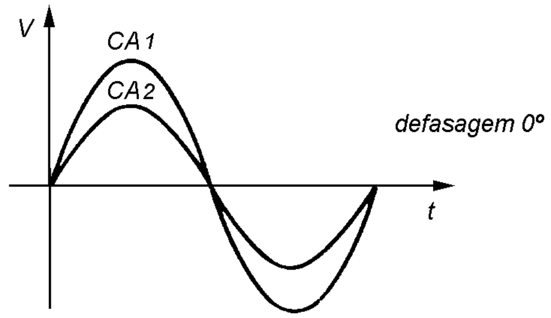
Nos gráficos vetoriais, o **comprimento dos vetores** pode ser usado para representar a **tensão ou corrente eficaz** correspondente a uma CA senoidal.



O sistema de gráficos vetoriais permite a representação de qualquer número de tensões em quaisquer defasagens. O ângulo de defasagem entre as CA's é representado graficamente por um ângulo entre os vetores.

Representação de grandezas CA em fase

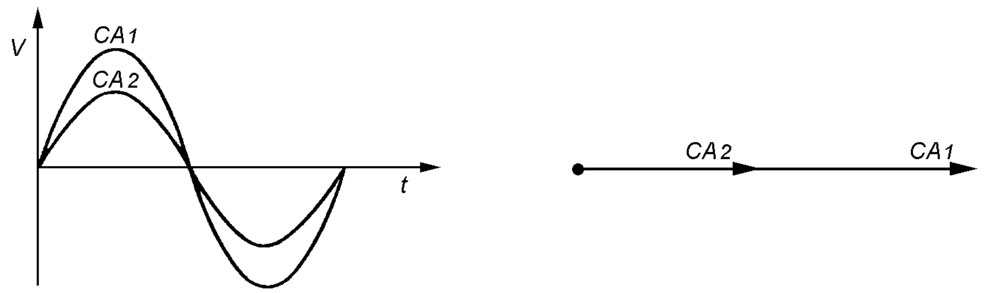
Quando duas formas de ondas CA's estão em fase, pode-se dizer que o ângulo de **defasagem** entre elas é de **0°**.



Essa situação pode ser representada vetorialmente considerando-se três aspectos:

- um vetor representa o valor eficaz da CA_1;
- outro vetor representa o valor eficaz da CA_2;
- o ângulo entre os dois vetores representa a defasagem, que neste caso é de 0^o.

Veja na ilustração a seguir o gráfico senoidal e vetorial de duas CA's em fase.



Representação vetorial de grandezas CA defasadas

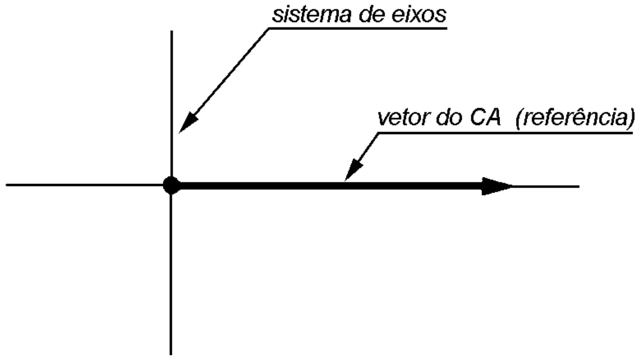
Para representar grandezas CA defasadas, os princípios são os mesmos:

- um vetor para cada grandeza;
- um ângulo entre os vetores que expressa a defasagem.

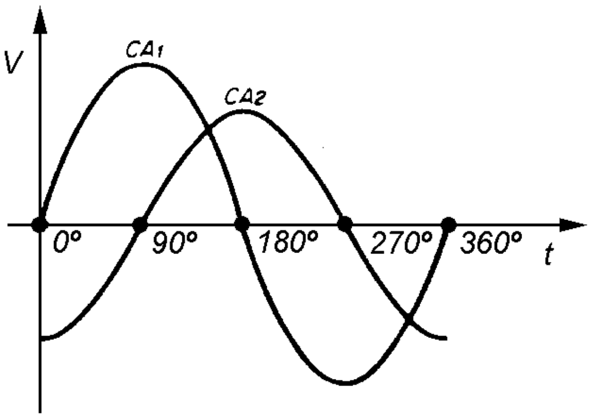
Observação

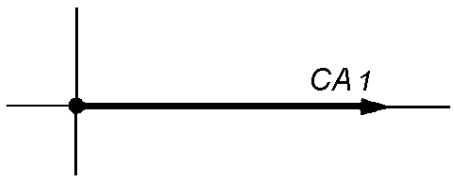
Sempre que se observa um gráfico de grandezas CA defasadas, toma-se uma das grandezas como referência para depois verificar se as outras estão adiantadas ou atrasadas em relação àreferência.

Para os gráficos vetoriais o princípio da observação acima também é obedecido. Em geral, traça-se um **sistema de eixos ortogonais** que servirá de base para o gráfico e traça-se depois o vetor de referência no sentido horizontal para a direita.

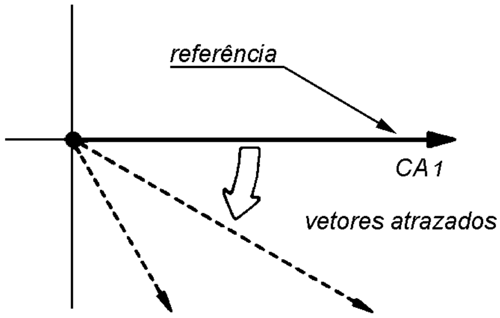


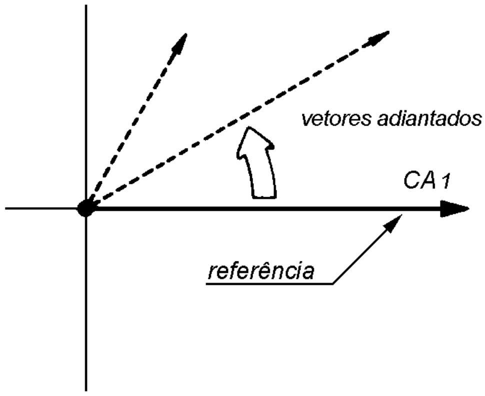
Por exemplo, o gráfico senoidal abaixo tem a **representação vetorial** quando **CA$_1$ é tomada como referência**.



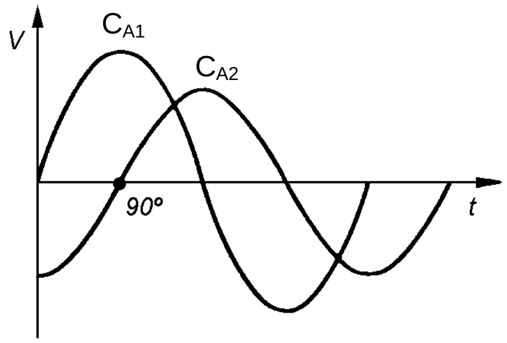


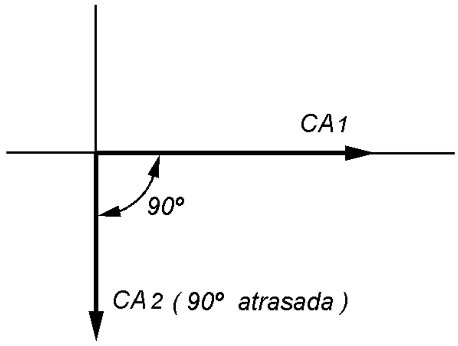
A partir do vetor de referência, os demais vetores são posicionados. Vetores colocados na **sentido horário estão atrasados** com relação àreferência e vice-versa.



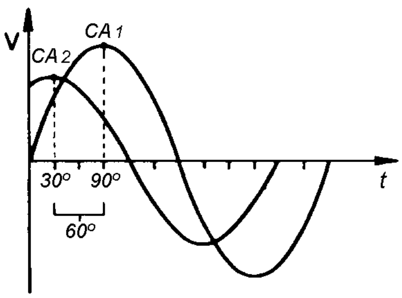


No gráfico senoidal abaixo a **CA_2 está atrasada 90°** com relação a CA_1 de forma que o gráfico vetorial se apresenta conforme a figura que segue.



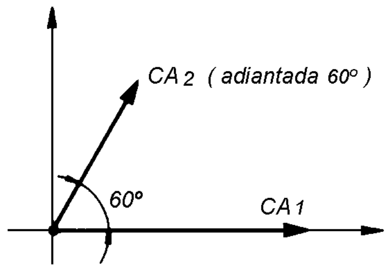


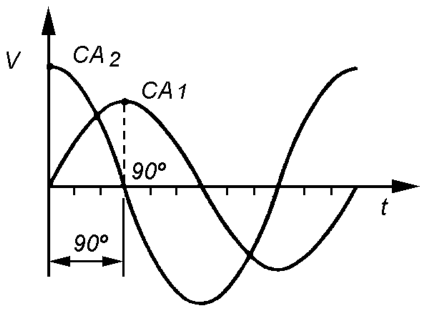
A seguir estão colocados alguns exemplos de gráficos senoidais e seus respectivos gráficos vetoriais. Os valores apresentados nos gráficos senoidais são valores eficazes.



CA_1 = 10Vef

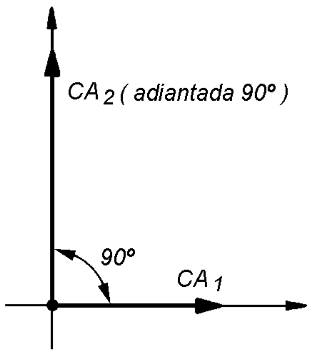
CA_2 = 5Vef

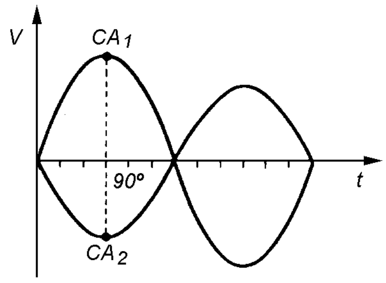




CA_1 = 2Vef

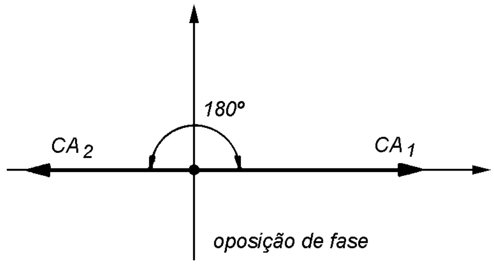
CA_2 = 3Vef





CA_1 = 25V

CA_2 = 20V



Exercícios

1. Responda às seguintes perguntas:

a) Qual a diferença entre as grandezas escalar e vetorial?

____

____

____

____

b) Quais informações são necessárias para a determinação de uma grandeza vetorial?

____

____

____

____

c) Porque a análise do comportamento de um circuito em CA apresenta certas dificuldades?

____

____

____

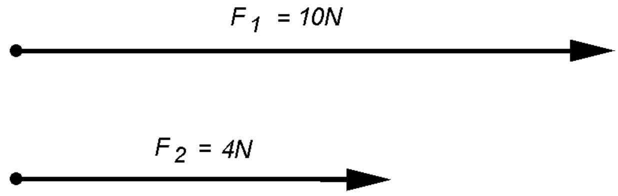
____

2. Relacione a segunda coluna com a primeira.

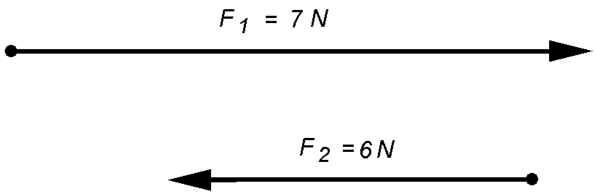
a. Módulo	( )	Direção da reta-suporte do segmento.
b. Direção	( )	Orientação sobre a reta-suporte.
c. Sentido	( )	Módulo escalar da reta-suporte.
d. Resultante	( )	Comprimento do segmento.
	( )	Somatória de vetores.

3. Resolva os exercícios e determine a resultante das somatórias vetoriais dos vetores apresentados:

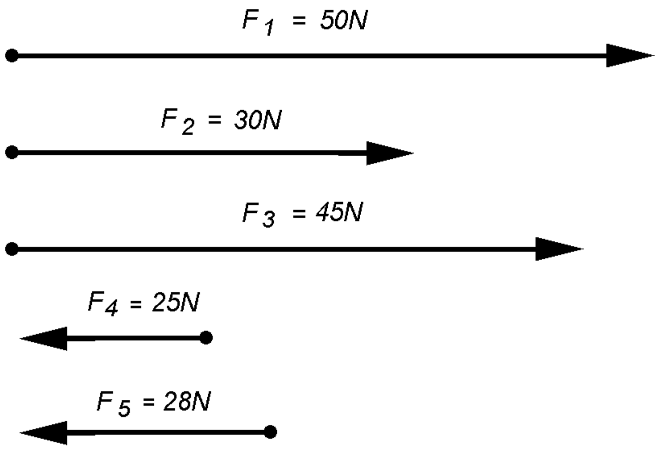
a)



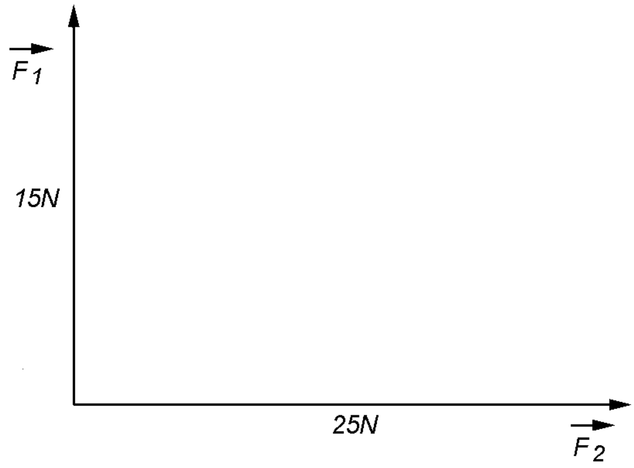
b)



c)



d)



4. Faça os gráficos vetoriais que representem as grandezas de CA defasadas:

a) CA_2 adiantada 60° em relação a C_{A1}.

b) CA_2 atrasada 90° em relação a C_{A1}.

c) CA_2 em oposição de fase a C_{A1}.

Circuitos resistivo, capacitivo e indutivo

Os capacitores podem ser usados em circuitos de corrente contínua, principalmente em aplicações que envolvam temporização. Em corrente alternada, contudo, o comportamento do capacitor é completamente diferente devido àtroca de polaridade da fonte.

Este capítulo faz um estudo mais detalhado da forma como ocorre a carga e a descarga de um capacitor em CC e CA. Esse conhecimento é imprescindível para que você possa entender a sua aplicação nos circuitos de temporização e circuitos reativos.

Este capítulo tratará, também, do comportamento dos componentes passivos em circuitos de CA.

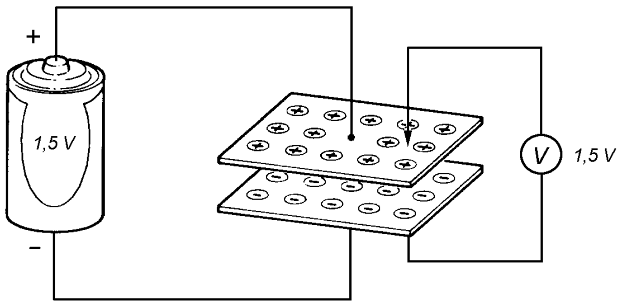
Para aprender esses conteúdos com mais facilidade, é necessário que você tenha conhecimentos anteriores relativos a resistência elétrica, fontes de CC, capacitores, indutores, corrente alternada e representação vetorial de parâmetros elétricos.

Comportamento do capacitor em CC

Como já foi visto, o material que constitui as armaduras de um capacitor é eletricamente neutro no seu estado natural, ou seja, possui igual número de prótons e elétrons. Portanto, não há diferença de potencial entre essas armaduras.

Nessa condição, diz-se que o capacitor está **descarregado**.

Entretanto, se um capacitor for conectado a uma fonte de CC, após algum tempo existirá entre as suas armaduras **a mesma diferença de potencial** existente nos pólos da fonte.

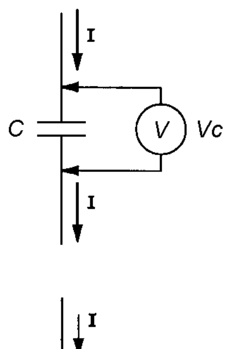


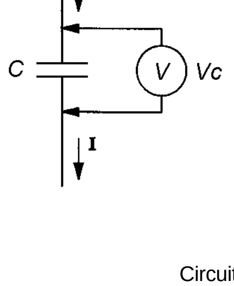
Nesta condição, diz-se que o capacitor está carregado.

Esse processo de carga não é linear, ou seja, a tensão presente sobre o capacitor **não aumenta proporcionalmente** com o passar do tempo.

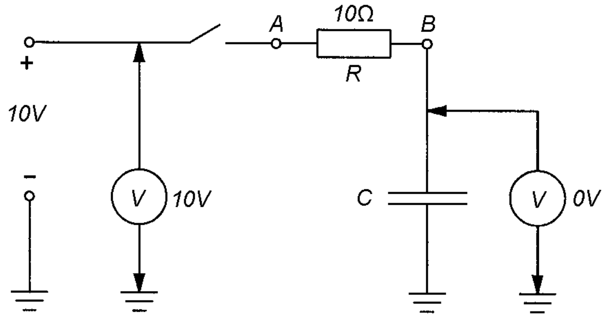
Para entender porque isso acontece, é preciso, antes, conhecer os seguintes aspectos sobre o capacitor:

- A diferença de potencial entre as armaduras de um capacitor é proporcional à quantidade de cargas armazenadas. Isso significa que armazenando o dobro da quantidade de cargas em um capacitor, a ddp entre as armaduras também dobra.
- A quantidade de carga armazenada no capacitor em um período de tempo, por sua vez, depende da corrente de carga: quando a corrente da carga é alta, a quantidade de carga armazenada é alta; quando a corrente de carga é baixa a quantidade de carga armazenada aumenta vagarosamente.

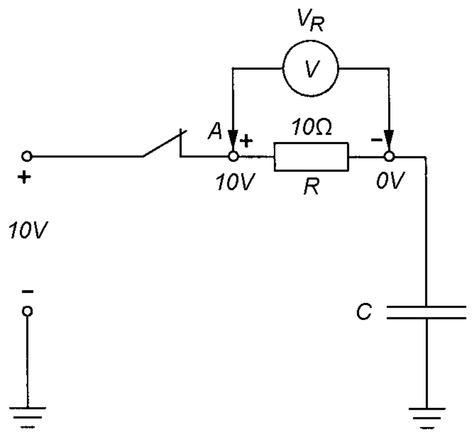




Assim, a forma como o capacitor se carrega depende fundamentalmente **da corrente de carga**. Vamos analisar o circuito a seguir, admitindo que, na condição inicial com a chave desligada, o capacitor esteja completamente descarregado.



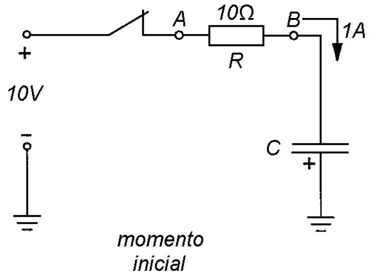
Quando a chave é ligada, os 10 V da fonte são aplicados àextremidade A do resistor. A extremidade B do resistor está a zero volt porque não há tensão sobre o capacitor. A diferença de potencial sobre o resistor é de 10 V ($V_R = V_A - V_B$, $V_R = 10\text{ V} - 0\text{ V}$).

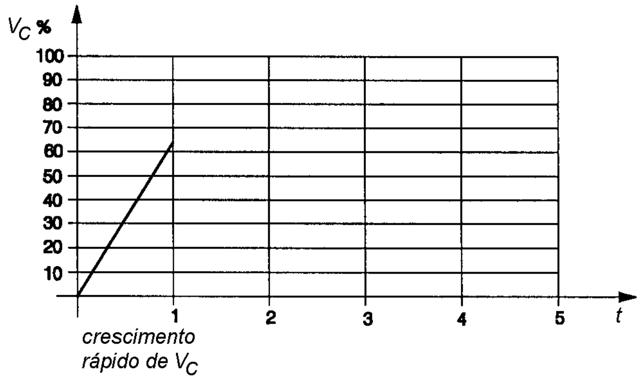


Com os dados disponíveis, é possível determinar a corrente inicial através do resistor que é também a corrente inicial de carga do capacitor.

$$I = \frac{V_R}{R} = \frac{10}{10} = 1A$$

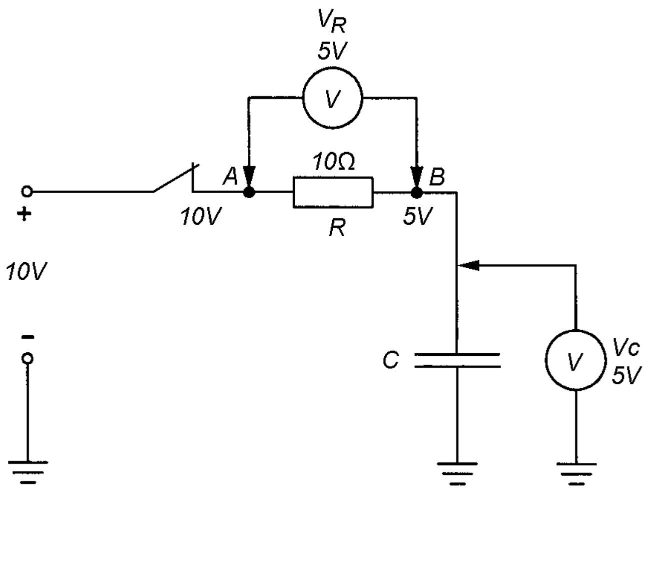
Com este valor inicial de corrente, a tensão entre as armaduras do capacitor cresce rapidamente.





Após algum tempo, o acúmulo de cargas no capacitor provocará o surgimento de uma ddp entre as armaduras.

Supondo, por exemplo, que esta ddp seja de 5 V, o circuito estará em uma nova condição:



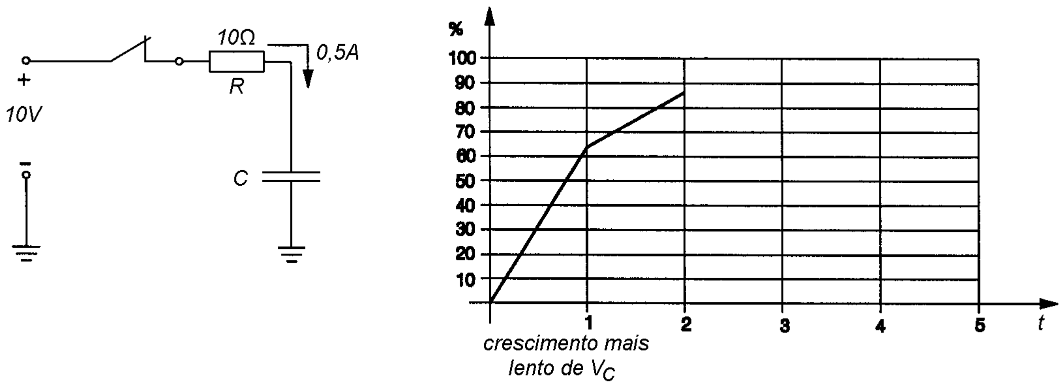
O circuito acima mostra que, com o crescimento da tensão sobre o capacitor, a ddp sobre o resistor diminuiu de 10 V no instante inicial para 5 V após algum tempo.

Nesse novo instante, a corrente de carga do capacitor tem um novo valor:

$$I_{CARGA} = \frac{5}{10} = 0{,}5A$$

I_{CARGA} = 0,5 A

Como a corrente de carga do capacitor diminuiu, a ddp sobre o capacitor cresce mais lentamente.



Nos tempos seguintes, podemos aplicar o mesmo raciocínio, ou seja, com V_C = 7 V, tem-se:

$$I = \frac{V_R}{R} = \frac{10 - 7}{10} = \frac{3}{10} = 0{,}3\ A$$

Com V_C = 8 V:

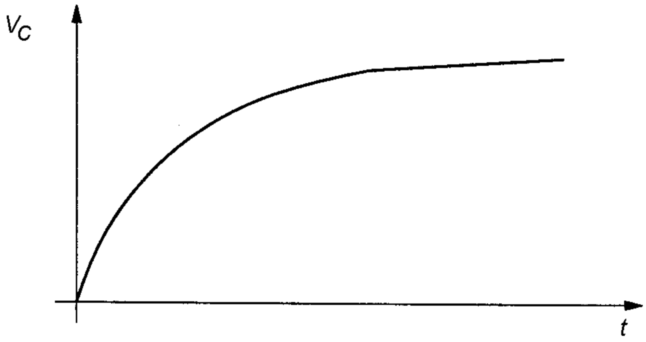
$$I = \frac{V_R}{R} = \frac{10 - 8}{10} = \frac{2}{10} = 0{,}2\ A$$

E assim sucessivamente, até V_C = 10V:

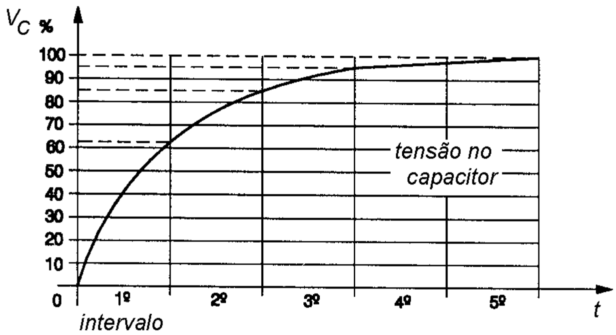
$$I = \frac{V_R}{R} = \frac{10 - 10}{10} = \frac{0}{10} = 0\ A$$

A corrente que iniciou com um valor alto vai diminuindo até chegar a zero, porque nesse momento o capacitor está com o mesmo potencial da fonte, ou seja, está carregado.

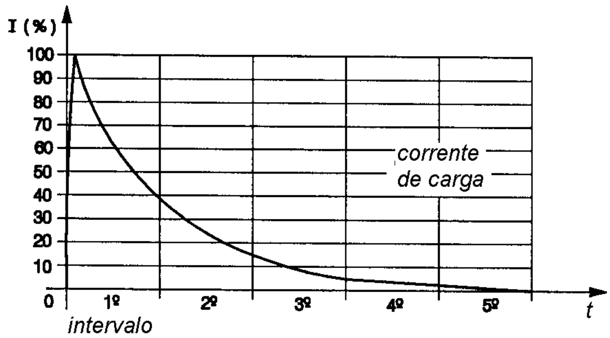
Se fosse possível medir e anotar a tensão a cada microssegundo, o gráfico obtido teria a seguinte curva:



Dividindo esse gráfico em intervalos de tempos iguais, pode-se observar claramente como isso se processa.

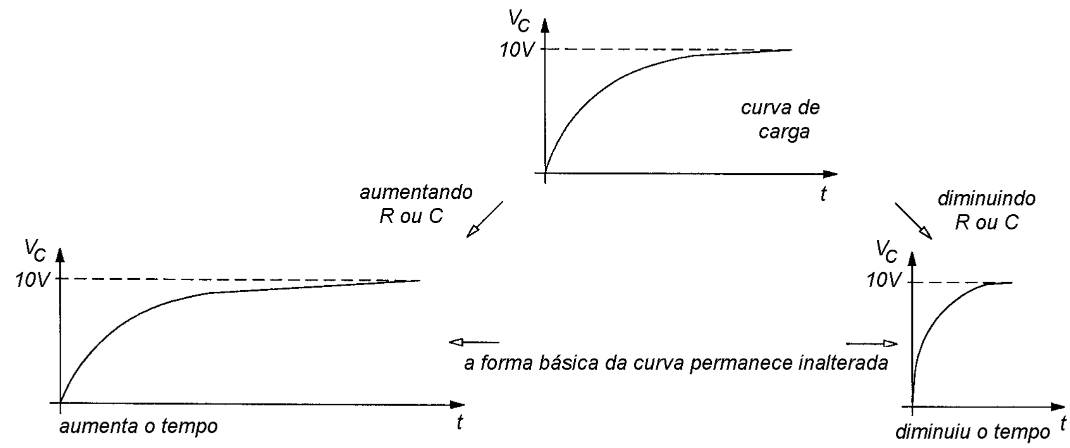


Se o mesmo procedimento fosse feito com a corrente de carga, o resultado seria o gráfico mostrado a seguir.



Observação
As duas curvas apresentadas acima são genéricas, ou seja, valem para quaisquer valores de resistência, capacitância e tensão de alimentação.

Dependendo dos valores de R e C, a curva pode se tornar mais larga, mais estreita ou ter maior ou menor amplitude, porém sua forma básica não se altera:

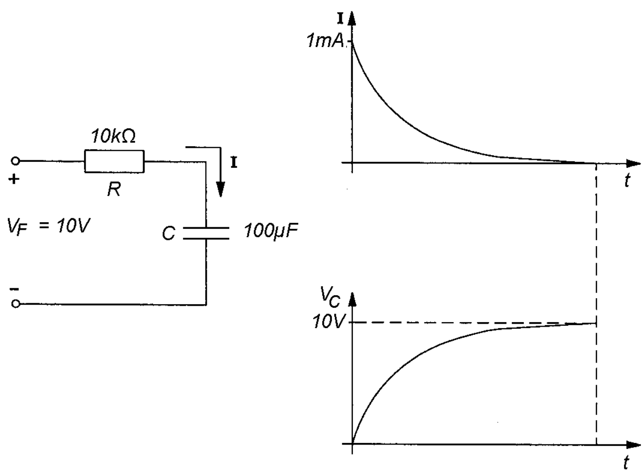


Constante de tempo RC

O tempo de ocorrência do processo de carga de um capacitor depende de dois fatores:

- da capacitância do capacitor;
- da resistência elétrica do circuito de carga.

Isso pode ser explicado com base no **processo de carga**, tomando como base um circuito de referência e suas curvas de tensão e corrente.



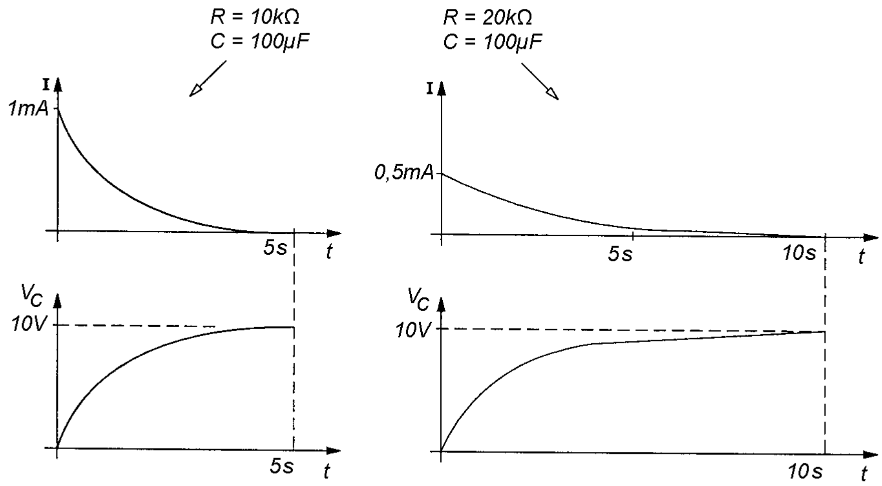
O valor de corrente máxima do circuito é encontrado tomando-se como referência a condição inicial do circuito.

$$I = \frac{V_F - V_C}{R} = \frac{10 - 0}{10000} = \frac{10}{10000} = 0{,}001\,A \text{ ou } 1\,mA$$

Supondo por exemplo, que o resistor de 10kΩ do circuito fosse substituído por um resistor de 20 kΩ, a corrente inicial seria:

$$I = \frac{V_F - V_C}{R} = \frac{10 - 0}{20000} = \frac{10}{20000} = 0{,}0005\,A \text{ ou } 0{,}5\,mA$$

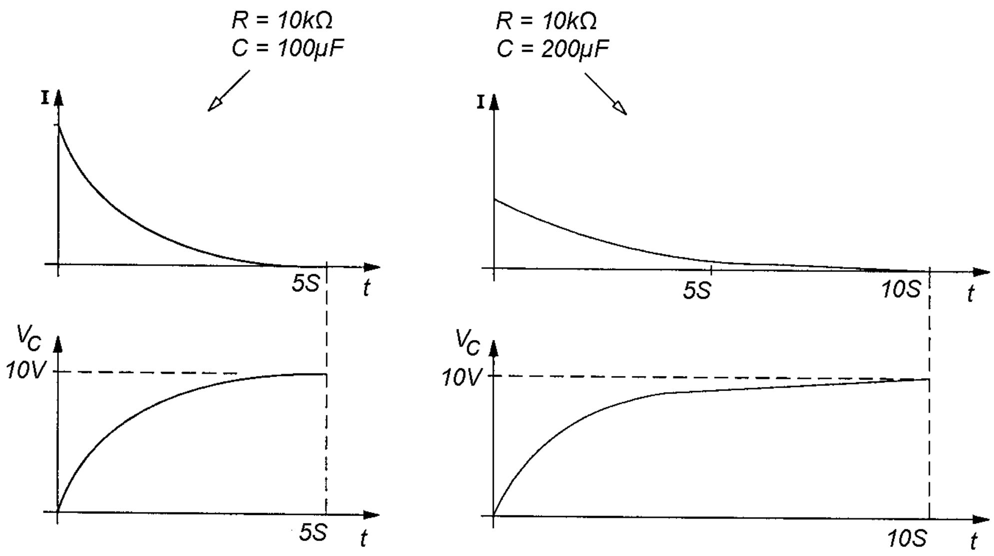
Sabendo-se que, com corrente menor, a tensão sobre o capacitor aumenta mais lentamente, pode-se concluir que, aumentando o valor de R, o capacitor levará mais tempo para se carregar.



Os gráficos acima demonstram que, ao dobrar a resistência, o capacitor levará o dobro do tempo para atingir o mesmo potencial da fonte.

O mesmo raciocínio pode ser feito em relação àcapacitância. Um capacitor “A” com o dobro da capacitância de um capacitor “B” necessita o dobro de cargas armazenadas para ficar com a mesma ddp.

Veja a seguir gráficos comparativos entre dois circuitos com a mesma resistência e capacitores diferentes.

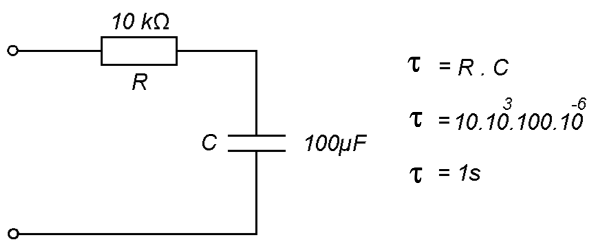


Se o tempo de carga é proporcional a R e a C, pode-se concluir que o tempo de carga é **diretamente proporcional a RC**. Usando valores de resistência em ohms e de capacitância em farads, a resposta da representação matemática será em segundos, ou seja: R (Ω) **.** C (F) = t (s).

Este valor de tempo encontrado na resolução da equação é denominado de **constante de tempo do circuito RC** que é representado pela letra "τ", lê se tau..

$\tau = R \cdot C$

Por exemplo, um circuito formado por um resistor de 10kΩ e um capacitor de 100 µF têm uma constante de tempo de:



Tempo de carga total de um capacitor

Após algum tempo, todo o capacitor ligado a uma fonte de CC através de uma resistência elétrica está carregado.

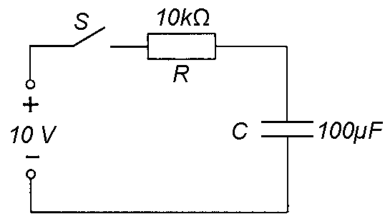
Esse tempo de carga total (t_C) está diretamente relacionado com a constante de tempo RC do circuito. A equação que relaciona t_C a RC é:

$t_C = 5 \, . \, R \, . \, C$ ou $t_C = 5 \, . \, \tau$

Essa igualdade nos diz que um capacitor está completamente carregado após transcorrido um tempo de **5 vezes a constante de tempo**.

Por exemplo, o tempo total de carga de um capacitor de 100 μF em série com um resistor de 10kΩ é:

tc = 5 . R . C
tc(S) = 5 . 0,01 MΩ . 100μF
tc = 5S



Isso significa que 5s depois do fechamento da chave S, a tensão sobre as armaduras do capacitor será igual a tensão da fonte CC, ou seja, 10 V.

Observação

Na prática, verifica-se que após 5RC a tensão sobre o capacitor é de **99,3%** da tensão da fonte. Nessa condição, o capacitor é considerado carregado.

Deve ser ressaltado também que o tempo de 5RC é independente da tensão CC aplicada àentrada.

A tabela a seguir mostra o percentual de tensão sobre as armaduras do capacitor após cada constante de tempo.

Tempo de carga (RC)	**% de V_CC sobre o capacitor**
0	0
1RC	63%
2RC	86,5%
3RC	95%
4RC	98%
5RC	100% (assumido)

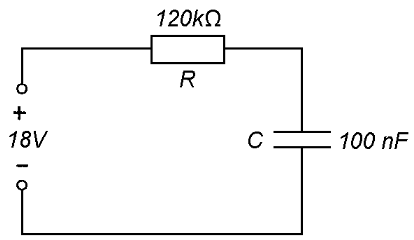
Observação

Os percentuais apresentados na tabela acima devem ser memorizados.

Exemplo de utilização da constante e da tabela acima

Com base no circuito a seguir, dava-se determinar:

- constante de tempo;
- tempo e a tensão no capacitor após a 2ª constante de tempo;
- tempo total de carga.



a) constante de tempo:

$\tau = R \cdot C$ $\tau = 120\,000 \cdot 0{,}0000001$ $\tau = 12$ ms

b) tempo de tensão correspondentes a 2RC ou 2 . τ:

$\tau = 12$ ms 2RC = 2 . τ 2 RC = 24 ms percentual de 2RC = 86,5%

$$V_C = \frac{V_{CC}.\%}{100} = \frac{18.86,5}{100} = 15,57V$$

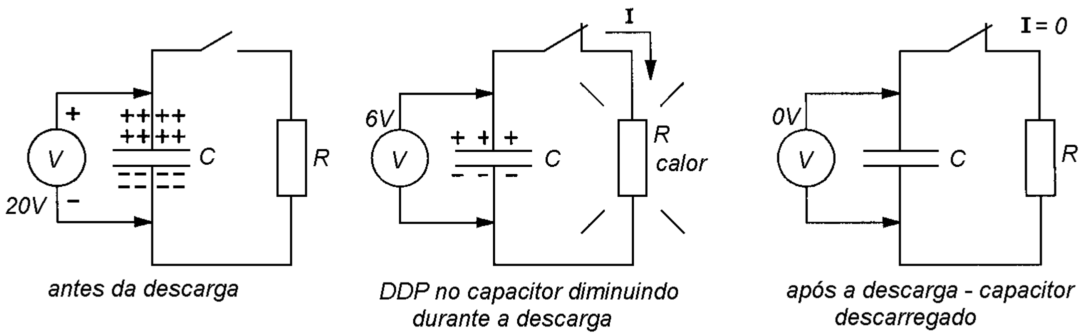
c) tempo de carga total:

tc = 5 **.** RC = 5 **.** 0,012 = 60 ms

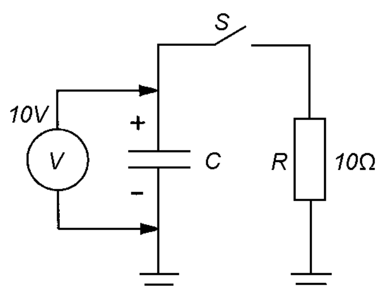
Descarga do capacitor

Quando um capacitor previamente carregado retorna ao estado de equilíbrio elétrico, diz-se que ele passou pelo **processo de descarga**.

Em geral, esse processo se faz através de uma carga, que absorve a energia armazenada no capacitor, transformando-a em outro tipo de energia.



Vamos analisar esse processo tomando como base o circuito a seguir.

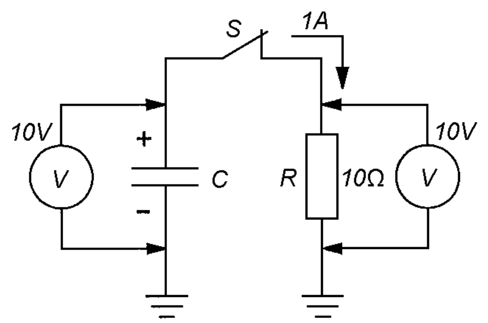


No momento inicial, o capacitor está carregado, apresentando uma tensão de 10V entre seus terminais. Como a chave S está desligada, a tensão sobre o resistor é zero e a corrente também.

No momento em que a chave é ligada, a ddp presente sobre o capacitor (10 V) é aplicada sobre o resistor. Instantaneamente, a corrente sobe para 1A. o capacitor e o resistor estão em paralelo, $V_C = V_R$.

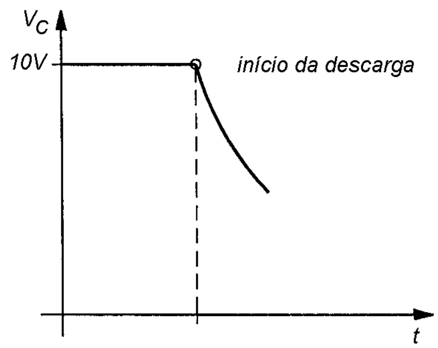
Isso porque:

$$I = \frac{V_R}{R} = \frac{10}{10} = 1A$$



instante da ligação

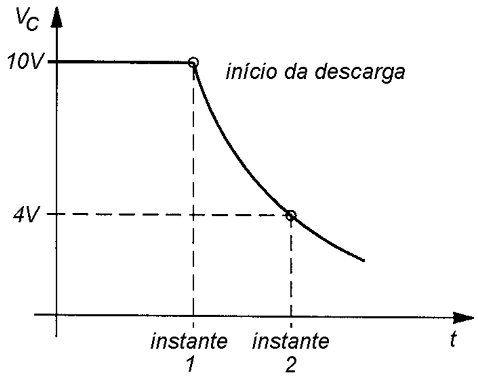
Entretanto, essa corrente existe apenas durante um curtíssimo espaço de tempo, porque com corrente de descarga alta, o capacitor se descarrega rapidamente. Graficamente a tensão no capacitor nos momentos iniciais pode ser representada pelo gráfico a seguir.



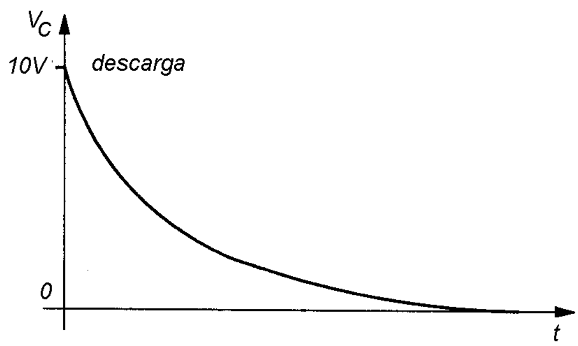
Num segundo momento, algum tempo após a ligação da chave, a tensão no capacitor já é bem menor que 10 V. Se a tensão sobre C for de 4 V, por exemplo, a corrente seria:

$$I = \frac{V_R}{R} = \frac{4}{10} = 0{,}4A$$

Isso mostra que, com o decorrer da descarga, a corrente vai se tornando menor. Consequentemente, o capacitor vai se descarregando cada vez mais lentamente.



Quanto menor a tensão restante no capacitor, menor a corrente de descarga e mais lentamente o capacitor se descarrega.



As curvas de carga e descarga obedecem àmesma equação matemática. Portanto, a descarga completa também ocorre em 5 constantes de tempo.

Veja na tabela a seguir os percentuais de tensão restante no capacitor após cada constante de tempo.

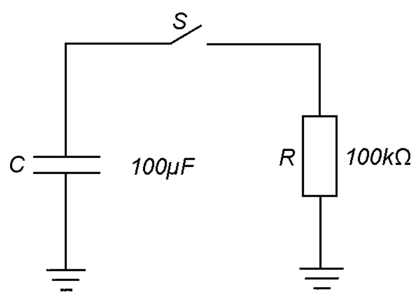
Tempo de descarga (RC)	**% restante da tensão sobre o capacitor, em relação ao valor inicial**
0RC	100%
1RC	37%
2RC	13,5%
3RC	5%
4RC	2%
5RC	0%

Observação

Os valores apresentados na tabela acima devem ser memorizados.

Exemplo:

O capacitor do circuito a seguir está carregado com 12 V_{CC}.



Determinar:

- a constante de tempo do circuito;
- tempo de descarga total após fechada a chave;
- a tensão sobre o capacitor após transcorrida uma constante de tempo.

a) constante de tempo (τ):

$\tau = R \cdot C$

$\tau = 100000 \cdot 0{,}0001$ $\qquad \tau = 10$ s

b) tempo total de descarga:

$t_d = 5 \mathbin{.} R \mathbin{.} C$ $\quad$ $t_d = = 5 \mathbin{.} 10$ $\quad$ $t_d = = 50$ s

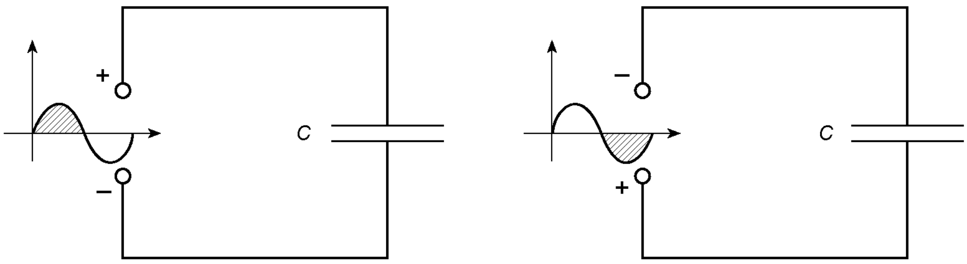
c) tensão no capacitor após 1RC:

$$V_C = \frac{V_{Cinicial}.\%}{100} = \frac{12.37}{100} = 4,44V$$

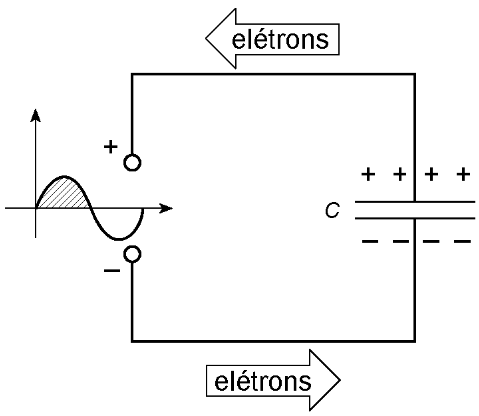
Comportamento do capacitor em CA

Os capacitores despolarizados podem funcionar em corrente alternada porque cada uma de suas armaduras **pode receber tanto potencial positivo como negativo**.

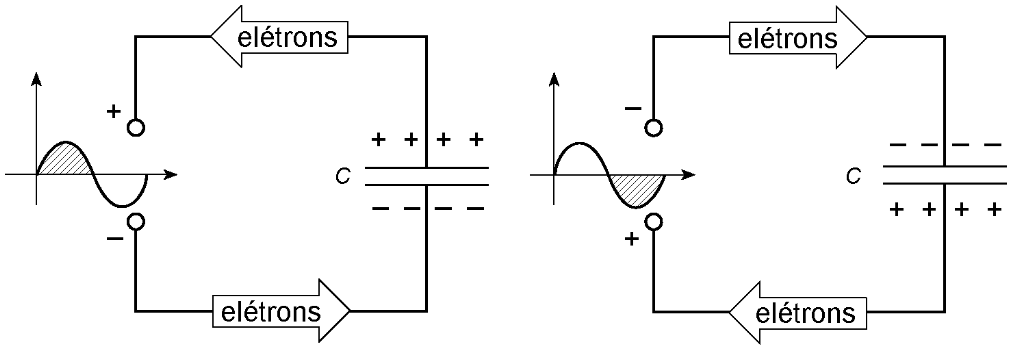
Quando um capacitor é conectado a uma fonte de corrente alternada, a troca sucessiva de polaridade da tensão é aplicada às armaduras do capacitor.



A cada semiciclo, a armadura que recebe potencial positivo entrega elétrons à fonte, enquanto a armadura que está ligada ao potencial negativo recebe elétrons.



Com a troca sucessiva de polaridade, uma mesma armadura durante um semiciclo recebe elétrons da fonte e no outro devolve elétrons para a fonte.

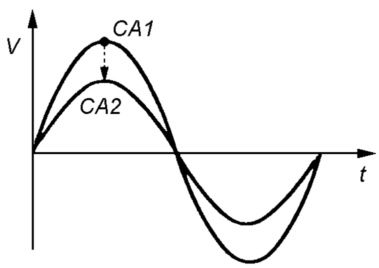


Existe, portanto, um movimento de elétrons ora entrando, ora saindo da armadura. Isso significa que **circula uma corrente alternada no circuito**, embora as cargas elétricas **não passem de uma armadura** do capacitor **para a outra** através do dielétrico.

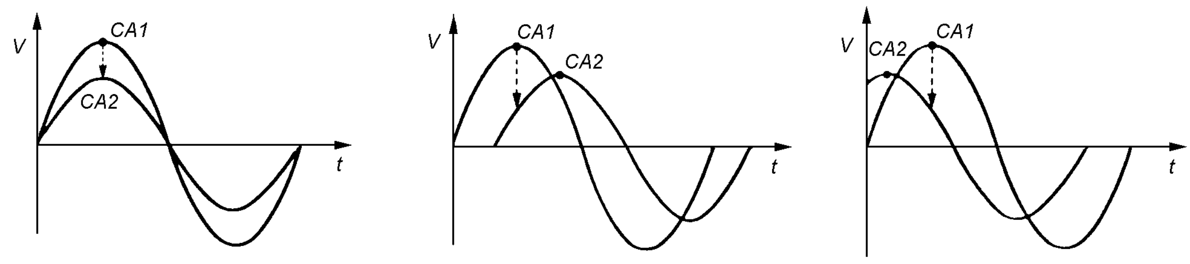
Relação de fase entre grandezas CA

A relação de fase é **uma comparação** entre os momentos em que os fenômenos elétricos acontecem. Pode-se, por exemplo, estabelecer uma relação de fase entre duas tensões CA de mesma freqüência. Para isso, escolhe-se um momento como ponto de referência.

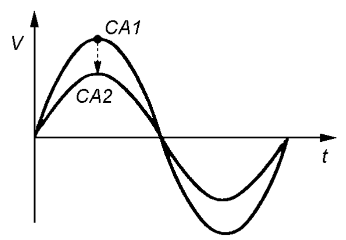
Normalmente, o ponto tomado como referência é o pico positivo (ou negativo) de uma das tensões. Então, verifica-se a outra tensão no circuito nesse mesmo momento. Veja gráfico a seguir.



Ao comparar a tensão CA com a tensão CA de referência, podem ocorrer as três situações apresentadas a seguir.

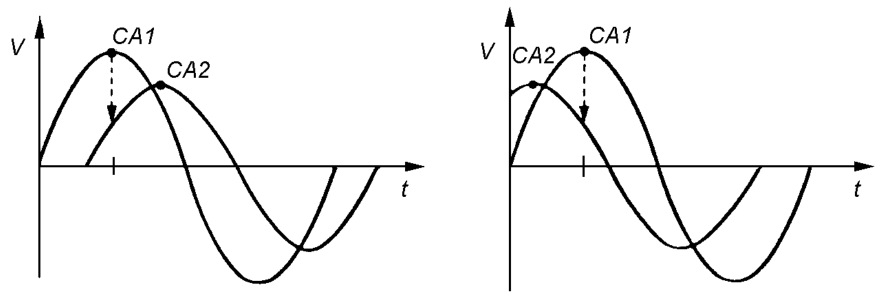


Na primeira situação a CA_1 está no pico positivo e a CA_2 também está no pico positivo.



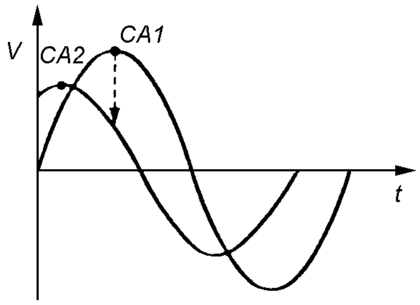
Nessa condição, diz-se que as tensões CA_1 e CA_2 **estão em fase**.

Nas outras duas situações, as tensões CA_1 e CA_2 atingem os valores máximos (picos positivos e negativos) em instantes diferentes.



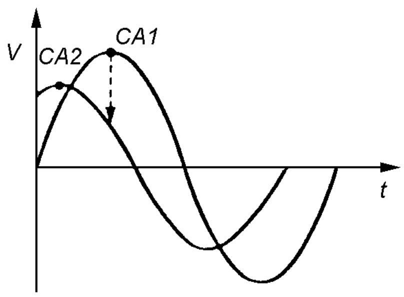
Quando isso ocorre diz-se que as tensões CA_1 e CA_2 **estão defasadas**.

No gráfico a seguir, a CA_1 está no pico positivo, mas a CA_2 ainda não chegou ao pico positivo.



A tensão CA_2 atingirá o pico positivo depois da CA_1. Neste caso diz-se que **CA_2 está atrasada em relação a CA_1** ou, então, que CA_1 está adiantada em relação a CA_2.

No gráfico a seguir, a tensão CA_1 atingirá o pico positivo depois da CA_2.

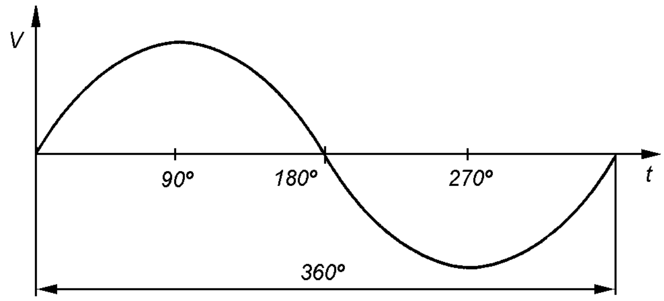


Neste caso, diz-se que CA_2 está adiantada em relação àtensão CA_1 ou, então, que CA_1 está atrasada em relação àtensão CA_2.

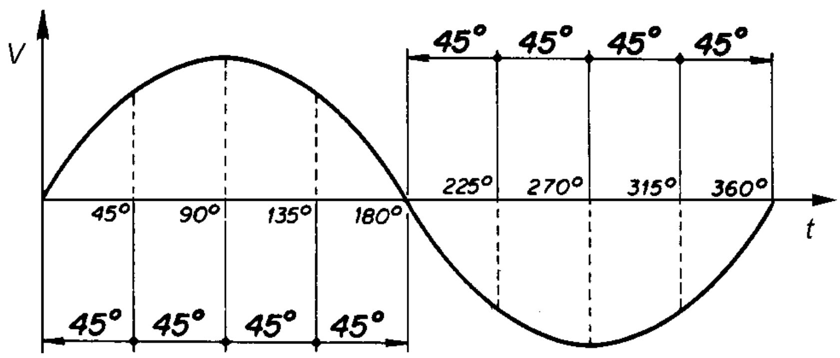
Ângulo de defasagem entre grandezas CA

O adiantamento ou atraso de uma tensão CA em relação a outra é dado em graus (^{o}).

Um ciclo completo de uma CA corresponde a 360^{o}.



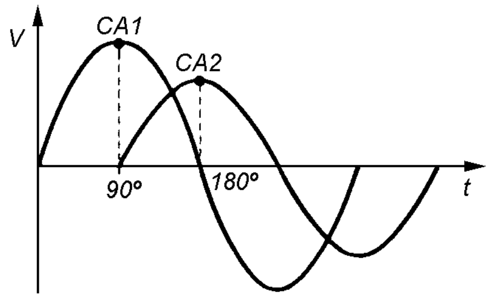
Um semiciclo de uma CA tem 180^{o}; meio semiciclo tem 90^{o} e um quarto de ciclo tem 45^{o}.



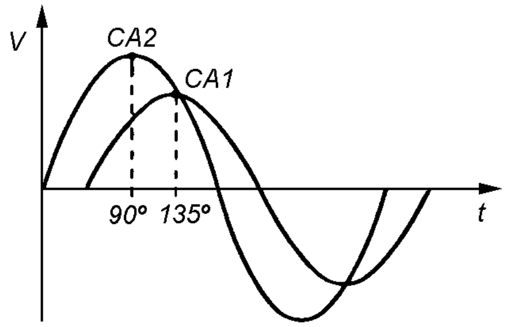
Com base nesta divisão do eixo horizontal, pode-se determinar de quantos graus é a defasagem entre uma CA e outra.

As figuras a seguir mostram exemplos de tensões CA defasadas com seus respectivos gráficos senoidais.

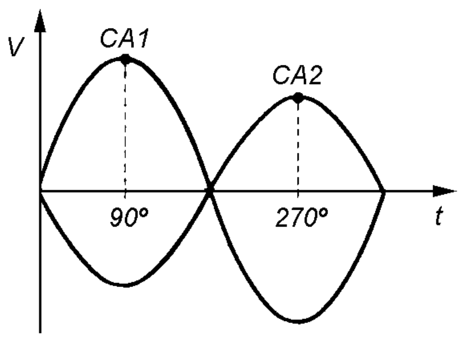
CA_2 está atrasada 90^o em relação a CA_1.



CA_1 está defasada 45^o com relação a CA_2.



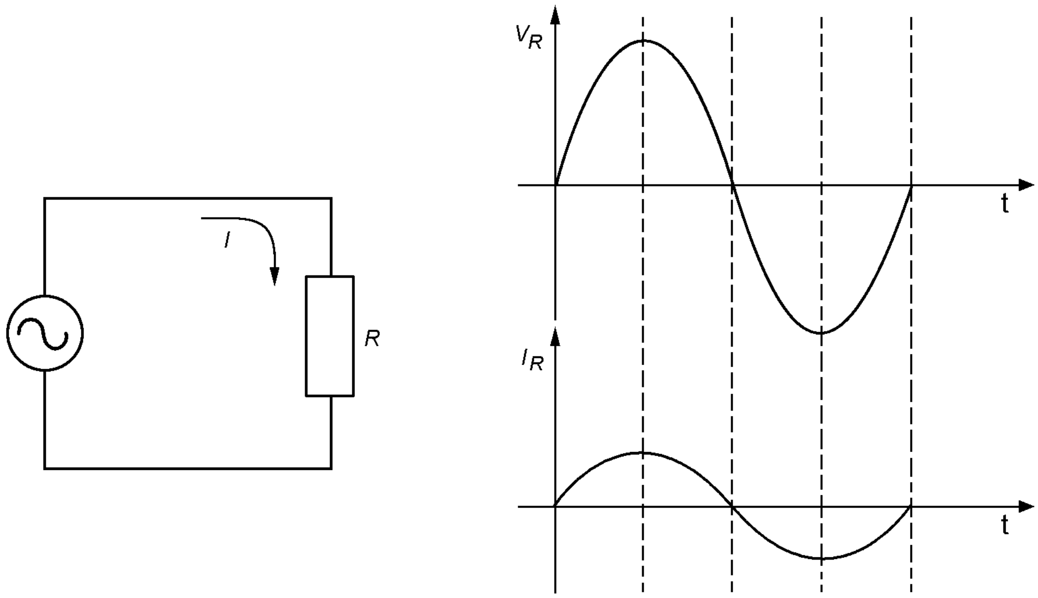
Existe ainda um caso particular de defasagem:



Neste caso, diz-se que apenas CA_1 está em **oposição de fase** com CA_2 ou que CA_1 e CA_2 estão em **anti-fase**.

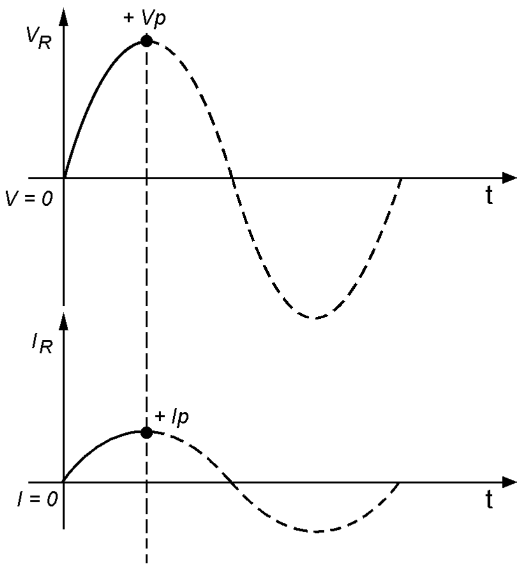
Relação de fase entre tensão e corrente nos resistores

Quando se conecta uma carga **puramente resistiva** (resistor, lâmpada, aquecedor) a uma rede de corrente alternada senoidal, a corrente circulante no circuito também tem uma forma senoidal.

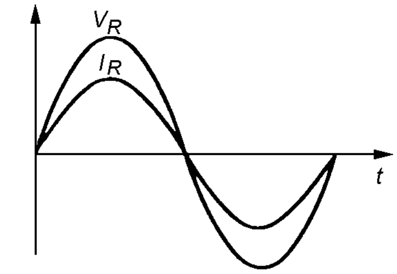


A corrente no resistor obedece àLei de Ohm: I = V/R. Como o valor de R é fixo, a corrente é proporcional àtensão.

Quando a tensão no resistor tem valor zero, a corrente também tem valor zero. Quando a tensão no resistor atinge o máximo positivo (+ V_P), a corrente também atinge o máximo positivo (+ I_P) e assim por diante.



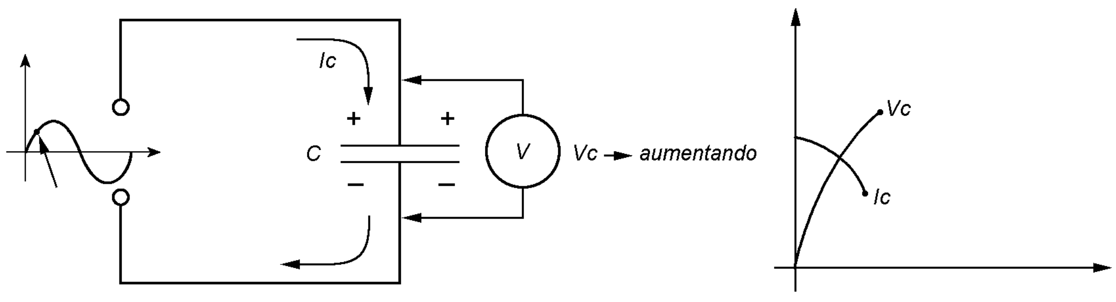
Isso pode ser observado claramente sobrepondo nos mesmos eixos os gráficos de tensão e corrente no resistor.



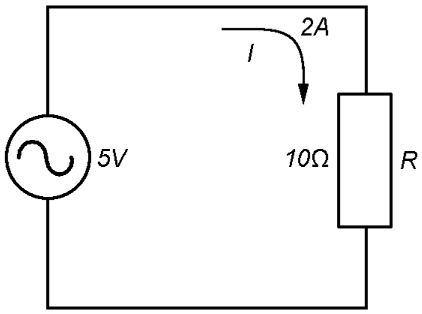
Através da sobreposição dos gráficos senoidais, observa-se que tensão e corrente têm a mesma forma senoidal, a mesma freqüência e passam pelo zero no mesmo sentido e ao mesmo tempo.

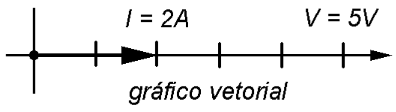
Quando isso acontece, diz-se que a **tensão e corrente estão em fase** ou que a defasagem entre tensão e corrente é 0^o.

O comportamento da tensão e corrente em um **circuito puramente resistivo** pode ser expresso através de um gráfico vetorial. Um dos vetores representa a tensão na carga e o outro, a corrente. Como tensão e corrente estão em fase, os dois vetores estão sobrepostos.



O comprimento de cada vetor representa o valor da grandeza expressa vetorialmente.

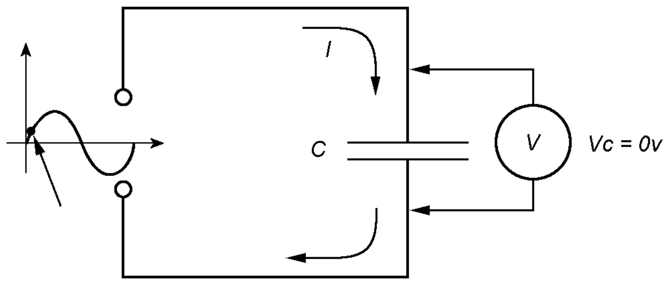


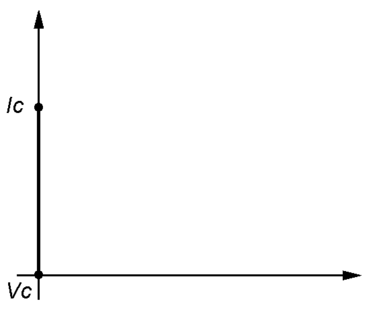


Como exemplos de cargas resistivas, onde tensão e corrente estão em fase, podem ser citados: resistores, lâmpadas, resistências de ferro de passar, de ferro de soldar, de aquecedor etc.

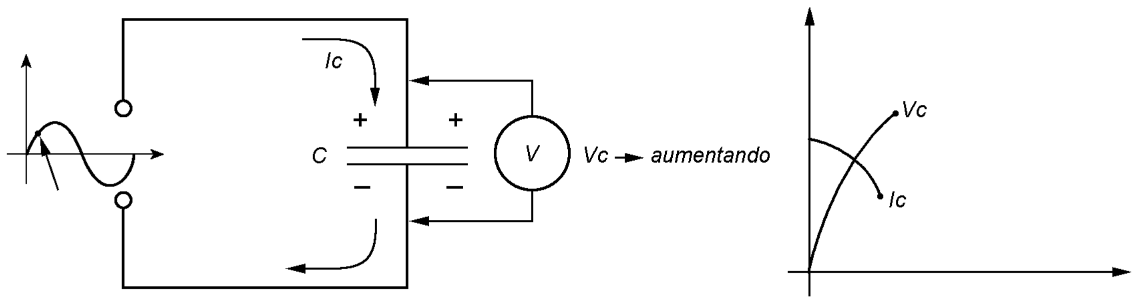
Relação de fase entre tensão e corrente nos capacitores

Quando se conecta um capacitor a uma fonte geradora, as armaduras estão completamente descarregadas. No início do processo de carga, como não existe tensão sobre o capacitor ($V_C = 0$), a corrente de carga I_C é máxima.

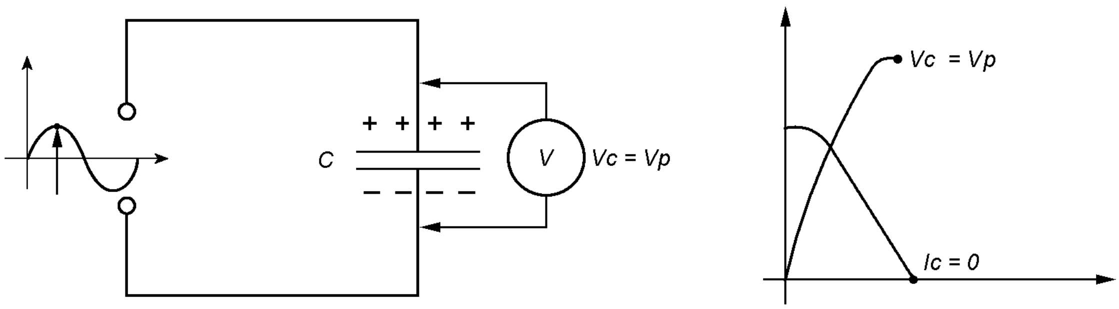




À medida que a tensão sobre o capacitor aumenta, a corrente de carga diminui porque as cargas já armazenadas no capacitor se opõem àentrada de novas cargas.

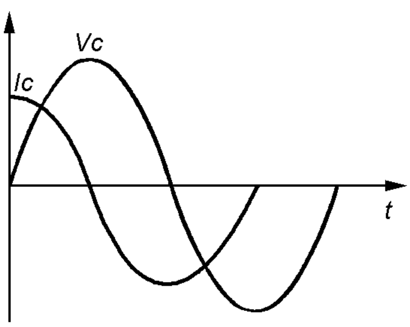


A corrente continua diminuindo até atingir o valor zero, no momento em que a tensão no capacitor se iguala àtensão da fonte.

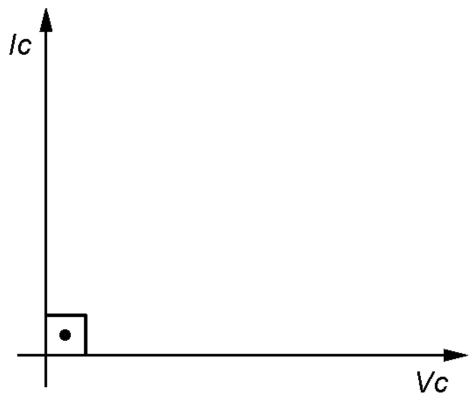


Observa-se pelo gráfico senoidal que a corrente do capacitor atinge o valor máximo (90^o) antes que a tensão no capacitor atinja o valor máximo.

Esse adiantamento da corrente em relação àtensão no capacitor ocorre durante todo o ciclo da CA.



A defasagem pode ser representada através de um gráfico vetorial. Um vetor representa a tensão sobre o capacitor e o outro, a corrente no capacitor. Como corrente e tensão no capacitor estão defasadas 90^o, os seus vetores são representados de tal forma que haja ângulo de 90^o entre eles.

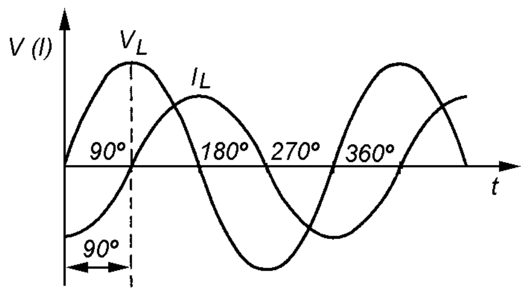


Relação de fase entre corrente e tensão nos indutores

Devido ao fenômeno da auto-indução, ocorre uma **defasagem entre corrente e tensão** nos indutores ligados em **CA**.

A auto-indução provoca um atraso na corrente em relação àtensão. Esse atraso é de 90^o (um quarto de ciclo).

A representação senoidal desse fenômeno é mostrada no gráfico abaixo. Nele, percebe-se que a tensão atinge o máximo antes da corrente.



Pode-se representar esta defasagem por meio de um gráfico de vetores. O ângulo entre os vetores representa a defasagem e o comprimento dos vetores representa os valores de V_L e I_L.

Observação
Na prática não se consegue um circuito puramente indutivo devido àresistência dos fios de ligação, dos fios que constituem o indutor e da resistência interna da fonte, o que ocasiona uma diminuição no ângulo de defasagem entre a tensão e a corrente do indutor.

Exercícios

1. Responda às seguintes perguntas:

a) Qual grandeza elétrica é responsável pela quantidade de carga armazenada no capacitor?

____
____
____
____

b) O que significa o termo constante de tempo RC?

____
____
____
____

c) Por que quando um capacitor é alimentado com tensão alternada, sempre flui uma corrente elétrica nesse componente?

2. Faça gráficos que representem tensão e corrente no capacitor no momento de carga.

3. Resolva o problema que segue:

Faça o esquema elétrico de um circuito RC com um capacitor de 1200 μF e um resistor de 1K2. Calcule o tempo que o capacitor levará para estar totalmente carregado.

4. Preencha as lacunas com **V** para as afirmações **verdadeiras** e **F** para as afirmações **falsas**.

a) ( ) A diferença de potencial entre as armaduras de um capacitor é proporcional àcorrente elétrica do circuito.
b) ( ) O tempo de carga de um capacitor depende da capacitância e da resistência de carga da circuito RC série.
c) ( ) O capacitor está em equilíbrio elétrico quando passou pelo processo de carga.
d) ( ) O capacitor se carrega mais rapidamente quando alimentado por uma tensão maior.
e) ( ) Para se obter um circuito puramente indutivo, o condutor do indutor deve apresentar baixa resistência ôhmica.

5. Relacione a segunda coluna com a primeira.

a. Circuitos indutivos	( ) Tensão atrasada em relação a corrente.
b. Circuitos capacitivos	( ) Tensão em anti-fase.
c. Circuitos resistivos	( ) Tensão adiantada em relação a corrente.
d. Tensão em oposição de fase	( ) Tensão oposta a potência.
	( ) Tensão em fase com a corrente.

Circuitos reativos de CA em série

.

Quando se conecta um circuito composto apenas por resistores a uma fonte de CC ou CA, a oposição total que este circuito apresenta àpassagem da corrente é denominada de resistência total.

Entretanto, em circuitos de CA que apresentem resistências associadas e reatâncias associadas, a expressão resistência total não é aplicável.

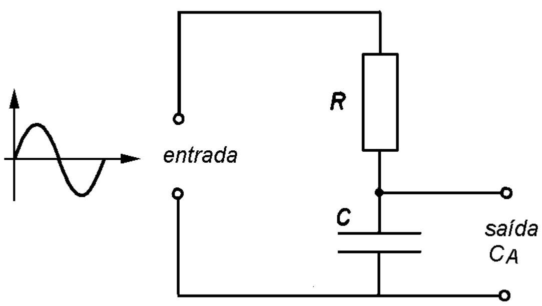
A oposição total que os circuitos compostos por resistências e reatâncias apresentam àpassagem da corrente elétrica é denominada de impedância, representada pela letra Z e expressa em ohms.

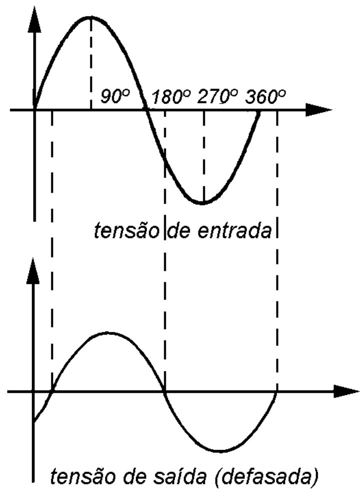
A impedância de um circuito não pode ser calculada da mesma forma que uma resistência total de um circuito composto apenas por resistores.

A existência de componentes reativos, que defasam correntes ou tensões, torna necessário o uso de formas particulares para o cálculo da impedância de cada tipo de circuito em CA. Isso será visto neste capítulo.

Circuito RC série em CA

Os circuitos RC série em CA são usados como redes de defasagem quando se necessita **obter uma defasagem** entre a tensão de entrada e a tensão de saída.



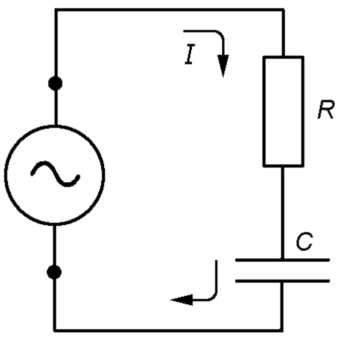


Essas redes de defasagem são muito empregadas nos equipamentos industriais como por exemplo os **controles de velocidade para motores**.

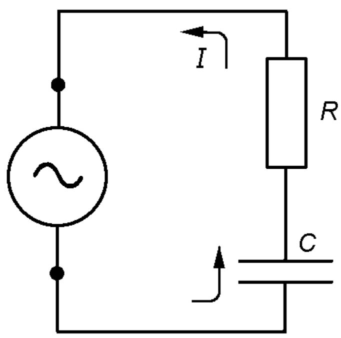
Para compreender o funcionamento de um circuito RC série em CA, é necessário traçar os gráficos senoidais das tensões sobre seus componentes.

Gráficos senoidais do circuito RC série

Quando um circuito série formado por um resistor e um capacitor é ligado a uma rede de CA senoidal, ocorre a circulação de corrente.

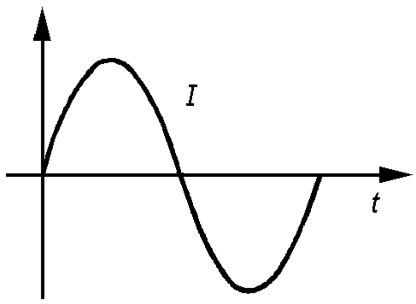


primeiro semiciclo



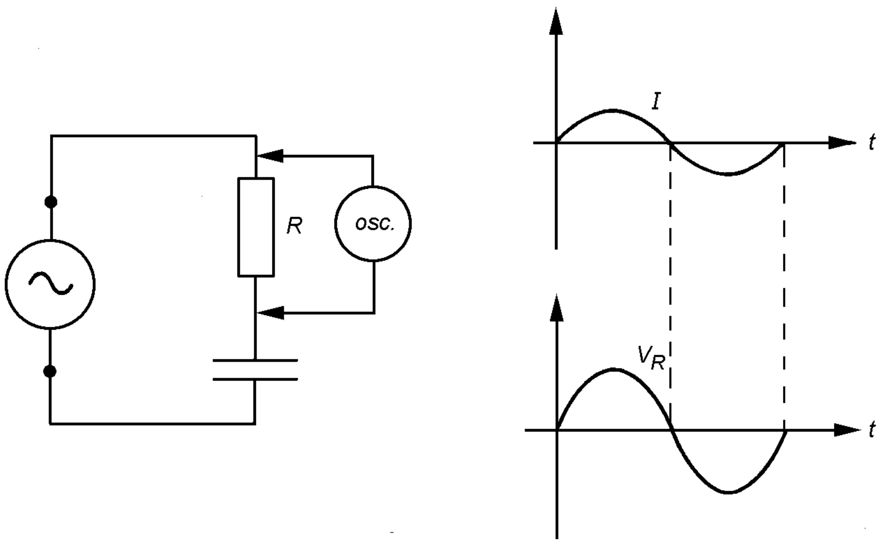
segundo semiciclo

A corrente circulante tem a forma senoidal e pode ser representada através de um gráfico.

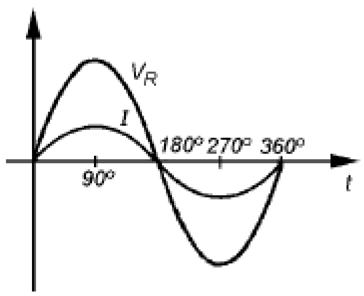


A circulação de corrente provoca o aparecimento de uma queda de tensão sobre o resistor.

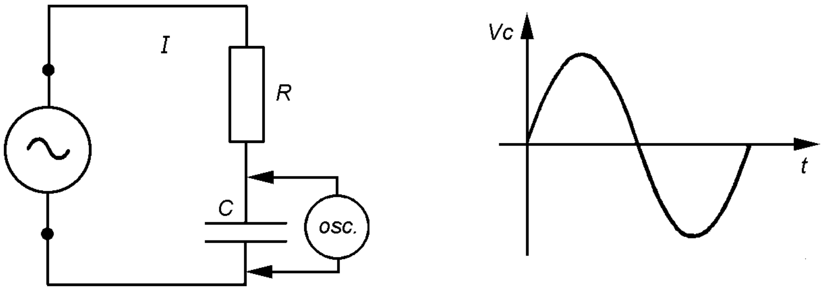
Como a corrente tem a forma senoidal, a queda de tensão sobre o resistor também é senoidal e está em fase com a corrente.



Sobrepondo os gráficos senoidais da corrente e da tensão no resistor nos mesmos eixos, observa-se facilmente este comportamento.

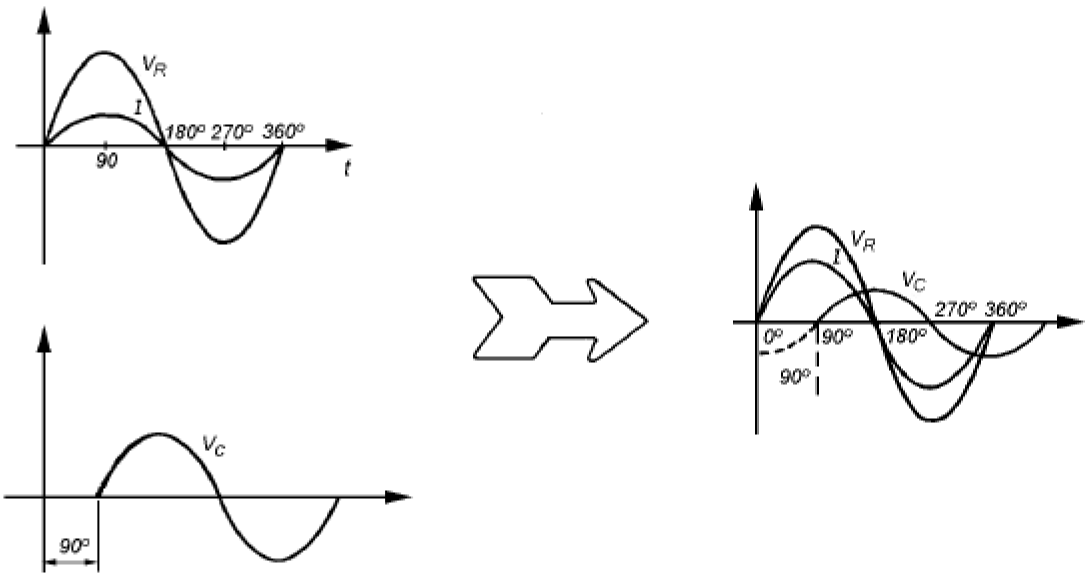


A tensão sobre o capacitor também tem a forma senoidal.



Existe porém um fator importante a considerar. A **tensão sobre o capacitor** está sempre **atrasada 90°** com relação a sua corrente.

Por isso, a senóide que representa a tensão no capacitor aparecerá deslocada 90° ao se fazer a sobreposição dos gráficos do circuito.



O gráfico completo representa o comportamento das tensões e correntes no circuito RC série.

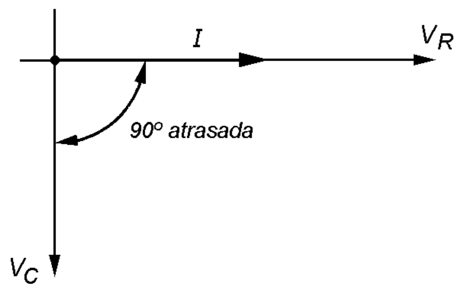
Gráficos vetoriais do circuito RC série

Os gráficos senoidais não são apropriados para o desenvolvimento do cálculo dos parâmetros dos circuitos de CA. Por isso, o estudo dos circuitos de CA geralmente é feito através dos gráficos vetoriais.

Para montar o gráfico vetorial do circuito RC série, toma-se como ponto de partida o vetor de corrente porque seu valor é único no circuito. Normalmente, o vetor I é colocado sobre o eixo horizontal do sistema de referência.

Partindo do princípio de que a tensão sobre um resistor está sempre em fase com a corrente, pode-se representar o vetor V_R sobre o vetor I.

Como a tensão no capacitor está atrasada 90° com relação àsua corrente, seu vetor forma um ângulo de 90° com o vetor da corrente.



A partir desse gráfico, é possível determinar os parâmetros do circuito.

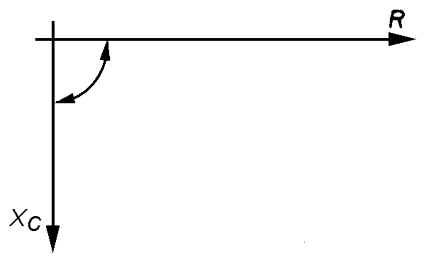
Impedância no circuito RC série em CA

Como já vimos, a impedância de um circuito é a oposição que este circuito oferece à passagem da CA. Ela pode ser determinada a partir da análise do gráfico vetorial das tensões.

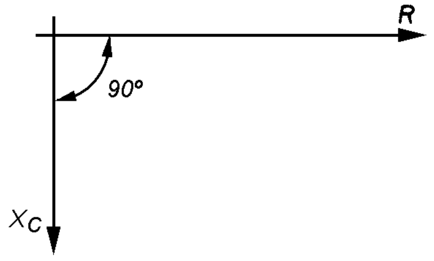
Matematicamente, se todos os vetores do sistema forem divididos por um único valor, o sistema não se altera. Dividindo-se os vetores pelo valor I (corrente), obtém-se:

$$\frac{V_C}{I} = X_C \quad e \quad \frac{V_R}{I} = R$$

Então, pode-se redesenhar o gráfico vetorial conforme mostra a figura a seguir.

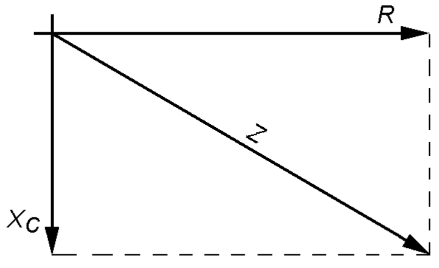


O gráfico mostra que a resistência ôhmica do resistor e a reatância capacitiva do capacitor estão defasadas em 90°.

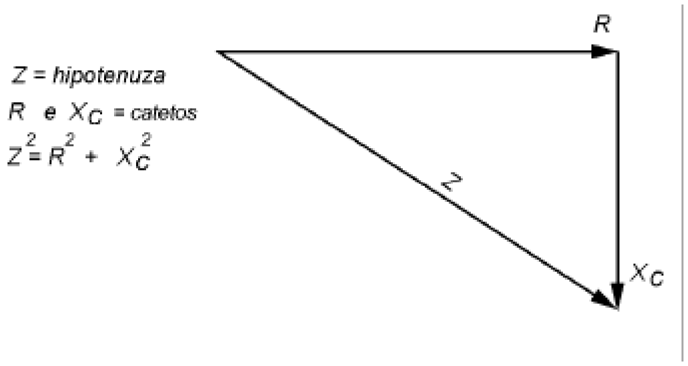


A impedância do circuito RC série é a soma dos efeitos de X_C e R, ou seja, a soma quadrática entre os vetores X_C e R.

Graficamente, essa soma é resultante do sistema de vetores.



Matematicamente, o valor da resultante pode ser calculado pelo teorema de Pitágoras, uma vez que os vetores R, X_C e Z formam um triângulo retângulo.



Isolando o valor de Z, obtém-se a equação para o cálculo da impedância do circuito RC série, ou seja, $Z^2 = R^2 + X_C^2$.

Onde **Z** é a impedância em ohms;
R é a resistência do resistor em ohms;
X_C é a reatância capacitiva em ohms.

$$\frac{V_C}{I} = X_C \quad e \quad \frac{V_R}{I} = R$$

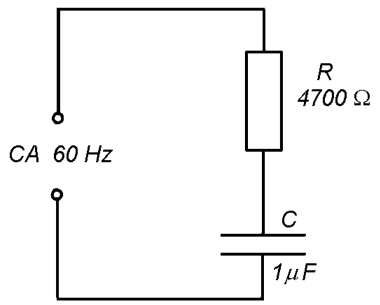
Essa equação pode ser desenvolvida para isolar X_C ou R:

$$X_C = \sqrt{Z^2 - R^2}$$

$$R = \sqrt{Z^2 - X_C{}^2}$$

Exemplo

Determinar a impedância Z do circuito a seguir.



R = 4700 Ω

C = 1 µF

f = 60 Hz

$$XC = \frac{1}{2\pi . f . C} = \frac{1}{6{,}28.60.0{,}000001} = 2654\Omega$$

$$Z = \sqrt{R^2 + X_C{}^2} = \sqrt{4700^2 + 2654^2} = \sqrt{29133716}$$

Z = 5397 Ω

Corrente no circuito RC série

A corrente em um circuito RC série conectado a uma rede de **CA depende da tensão aplicada e da impedância** que o circuito apresenta.

Os valores V, I e Z se relacionam segundo a Lei de Ohm:

$V_T = I \cdot Z$

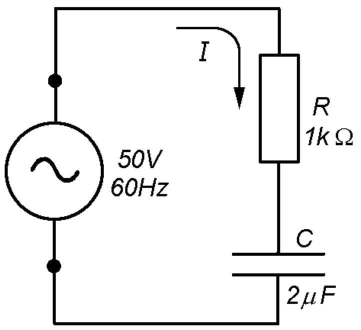
Onde $\mathbf{V_T}$ é a tensão eficaz aplicada em volts (V);

I é a corrente eficaz em ampères (A);

Z é a impedância, em ohms (Ω).

Exemplo

Determinar a corrente no circuito a seguir.



R = 1000 Ω

C = 2 µF

f = 60 Hz

V_{CA} = 50 V

$$X_C = \frac{1}{2.\pi.f.C} = \frac{1}{6{,}28.60.0{,}000002} = 1326\Omega$$

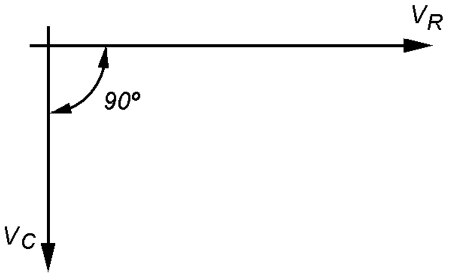
$$Z = \sqrt{1000^2 + 1326^2} = 1661\Omega$$

Sabendo-se o valor de Z, pode-se calcular I:

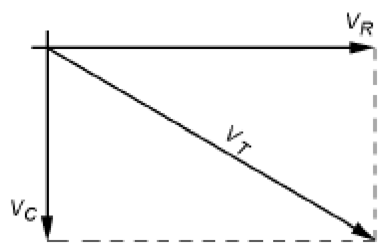
$$I = \frac{V_T}{Z} = \frac{50}{1661} = 0{,}03A \text{ ou } 30\,mA$$

Tensões no circuito RC série

As tensões no capacitor e no resistor estão defasadas 90° entre si, conforme mostra o gráfico vetorial do circuito RC série.



Como no caso da impedância, a tensão total é determinada pela resultante dos dois vetores, ou seja, $V_T^2 = V_R^2 + V_C^2$.



Onde $\mathbf{V_T}$ é a tensão aplicada ao circuito em volts (V);
$\mathbf{V_R}$ é a queda de tensão no resistor em volts (V);
$\mathbf{V_C}$ é a queda de tensão no capacitor em volts (V).

A equação pode ser operada para obter a tensão no resistor ou no capacitor:

$V_R^2 = V_T^2 - V_C^2$

$V_C^2 = V_T^2 - V_R^2$

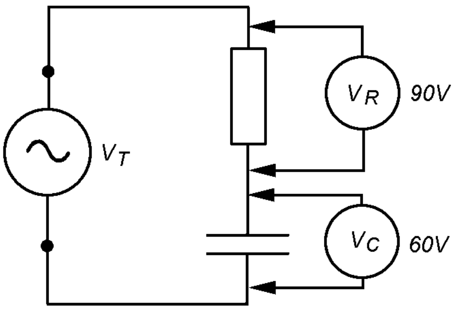
Quando se dispõe do valor da corrente no circuito, é possível calcular as tensões no resistor e no capacitor com base na Lei de Ohm, ou seja:

$V_C = I \cdot X_C$ e $V_R = I \cdot R$

Onde V_C é a tensão no capacitor em volts;
V_R é a tensão no resistor em volts;
I é a corrente em ampères;
R é a resistência do resistor em ohms (Ω);.
X_C é a reatância capacitiva em ohms (Ω).

Exemplo

Determinar a tensão aplicada ao circuito a seguir.



$V_R = 90$ V
$V_C = 60$ V

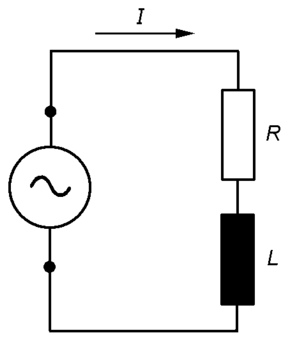
$$V_T = \sqrt{V_R^2 + V_C^2} = \sqrt{90^2 + 60^2} = \sqrt{8100 + 3600}$$

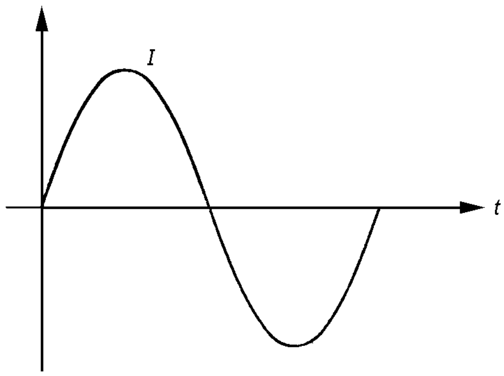
V_T = 108 V

Observação
Não se pode simplesmente somar as quedas de tensão V_C e V_R para obter V_T porque as tensões são defasadas, resultando em uma soma vetorial. Devemos efetuar a **soma quadrática** das quedas de tensões nos componentes para obter o quadrado da tensão aplicada ao circuito.

Circuito RL série em CA

Quando um circuito série R_L é conectado a uma fonte de CA senoidal, a corrente circulante também assume a forma senoidal.





Como em todo circuito série, a corrente também é única, nesse caso ($I_R = I_L = I$). Por isso, a corrente é tomada como referência para o estudo do circuito R_L série.

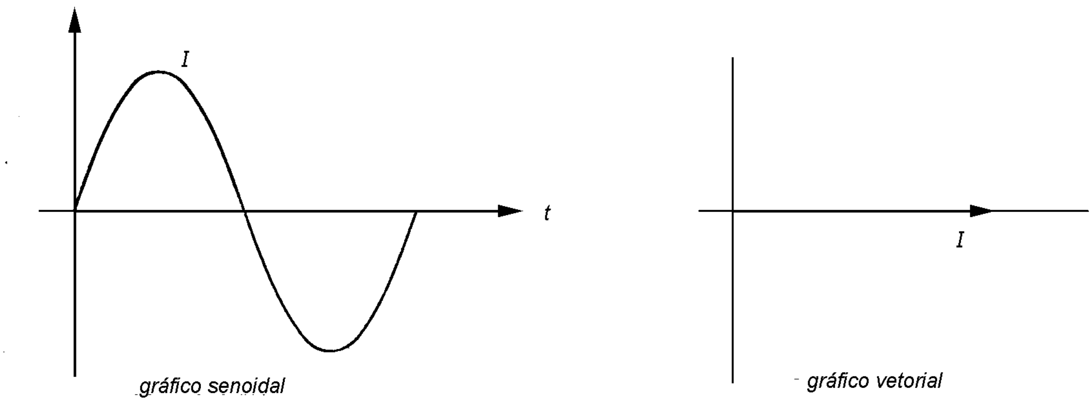
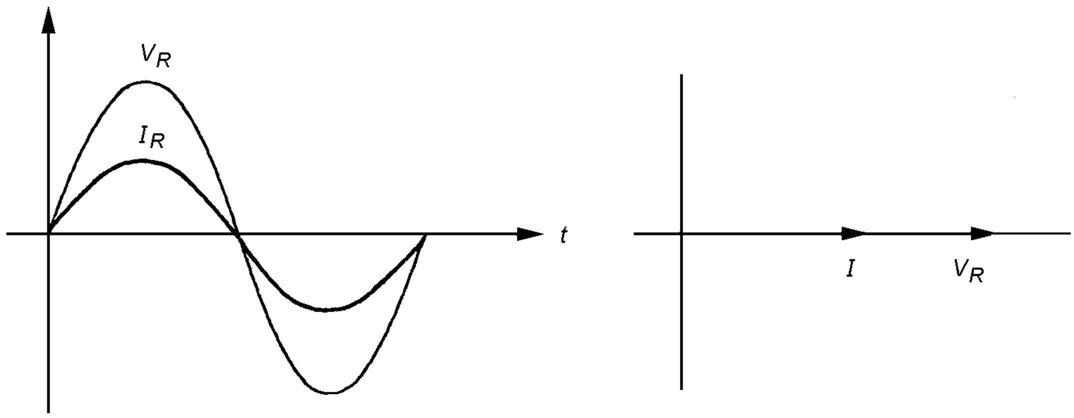


gráfico senoidal

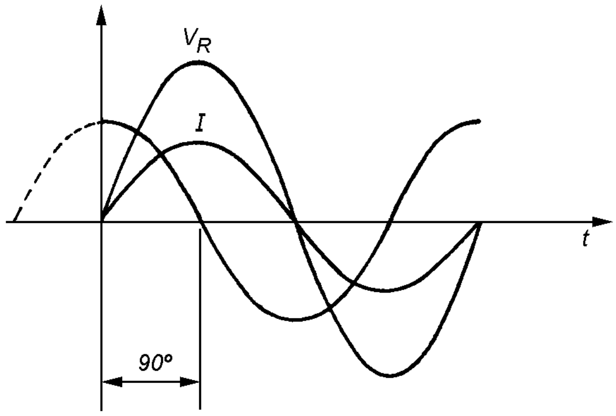
gráfico vetorial

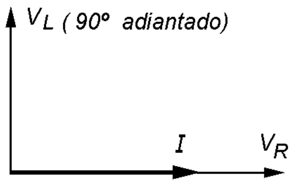
A circulação de corrente através do resistor dá origem a uma queda de tensão sobre o componente. Essa queda de tensão ($V_R = I \,.\, R$) está em fase com a corrente.



Esta mesma corrente, ao circular no indutor, dá origem a uma queda de tensão sobre o componente. Devido àauto-indução, a queda de tensão no indutor ($V_L = I \,.\, X_L$) está adiantada 90^o em relação àcorrente do circuito.

Veja a seguir os gráficos senoidal e vetorial completos para esse tipo de circuito.

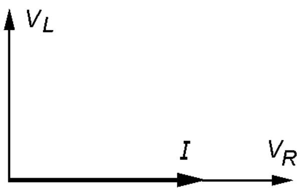




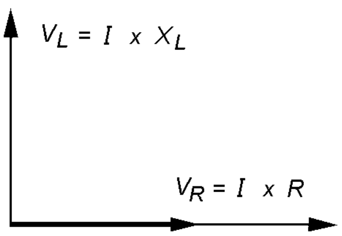
Impedância e corrente no circuito RL série em CA

O circuito R_L série conectado a uma fonte de CA também apresenta **uma oposição à circulação da corrente**, ou seja, impedância.

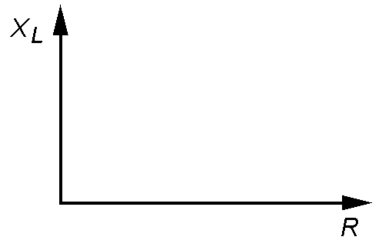
A equação para calcular esta impedância pode ser encontrada a partir da análise do gráfico vetorial do circuito.



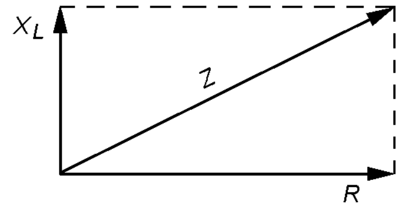
O vetor V_L é dado por I **.** X_L e o vetor V_R representa I **.** R.



Dividindo-se os vetores pelo valor I, o gráfico não se altera e assume nova característica.



A resultante do sistema de vetores fornece a impedância do circuito RL série, ou seja:
$Z^2 = R^2 + X_L^2$



Isolando Z, temos:

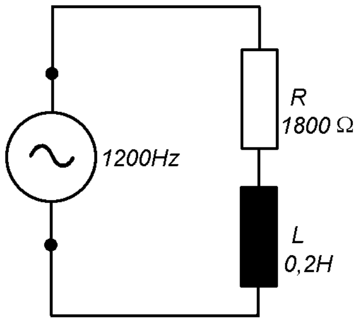
$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2}$.

Onde **Z** é a impedância do circuito em ohms (Ω);
R é a resistência do resistor em ohms (Ω);
X_L é a reatância indutiva em ohms (Ω);.

A partir dessa equação podem ser isoladas as que determinam R e X_L:
$R^2 = Z^2 - X_L^2$ e $X_L^2 = Z^2 - R^2$

Exemplo

No circuito a seguir, um indutor de 200 mH em série com um resistor de 1800 Ω é conectado a uma fonte CA de 1200 Hz. Qual é a impedância do circuito?



$X_L = 2 \,.\, \pi \,.\, f \,.\, L = 6{,}28 \,.\, 1200 \,.\, 0{,}2 = 1507{,}2\ \Omega$

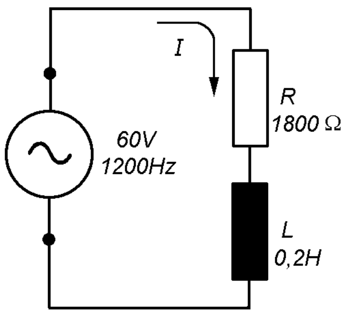
$$Z = \sqrt{R^2 + {X_L}^2} = \sqrt{1800^2 + 1507^2} = \sqrt{5511049}$$

Z = 2347 Ω

Com o auxílio da Lei de Ohm e sabendo-se o valor da impedância do circuito, pode-se calcular sua corrente: $V_T = I \,.\, Z$.

Exemplo

Que corrente circulará no circuito a seguir, se a fonte fornece 60V?

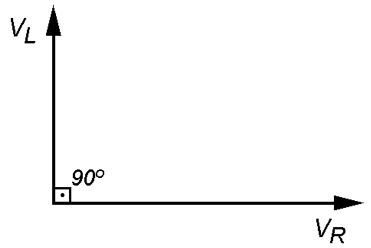


Z = 2,347,7 Ω (já calculado)

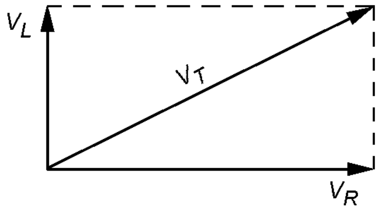
$$I = \frac{V_T}{Z} = \frac{60}{2347{,}7} = 0{,}0256\text{A} \ \text{ ou } \ 25{,}6\,\text{mA}$$

Tensões no circuito RL série em CA

No gráfico vetorial do circuito RL série, a tensão no indutor V_L está defasada 90^o da tensão no resistor V_R devido ao fenômeno da a**uto-indução**.



A tensão total V_T é a resultante do sistema de vetores e é calculada através do teorema de Pitágoras:



$$V_T = \sqrt{V_R^2 + V_L^2}$$

Onde $\mathbf{V_T}$ é a tensão eficaz aplicada ao circuito em volts;
$\mathbf{V_R}$ é a queda de tensão no resistor em volts;
$\mathbf{V_L}$ é a queda de tensão no indutor em volts.

Observação
A tensão total não pode ser encontrada através da soma simples (V_R + V_L) porque essas tensões estão defasadas, deve-se efetuar a soma quadrática.

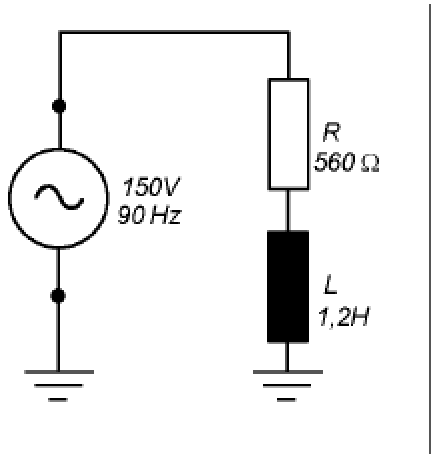
A forma de V_T pode ser desdobrada para isolar os valores de V_R e V_L.

$V_R = \sqrt{V_T^2 - V_L^2}$ e $V_L = \sqrt{V_T^2 - V_R^2}$

Através da Lei de Ohm, os valores de V_R $_L$ podem ser calculados separadamente

V_L $_L$ e V = I . R

Exemplo



$_L$ = 2 . f . L = 6,28 . 90 . 1,2 = 678,2

$$Z = \sqrt{560^2 + 678{,}2^2} = \sqrt{773555} = 879{,}5\Omega$$

$$I = \frac{V_T}{Z} = \frac{150}{879} = 0{,}171A \text{ ou } 171mA$$

V_R

V_L $_L$ = 0,171 . 678,2 = 115,9 V

$_R$ e V podem ser conferidas, aplicando-se seus valores na equação de V .

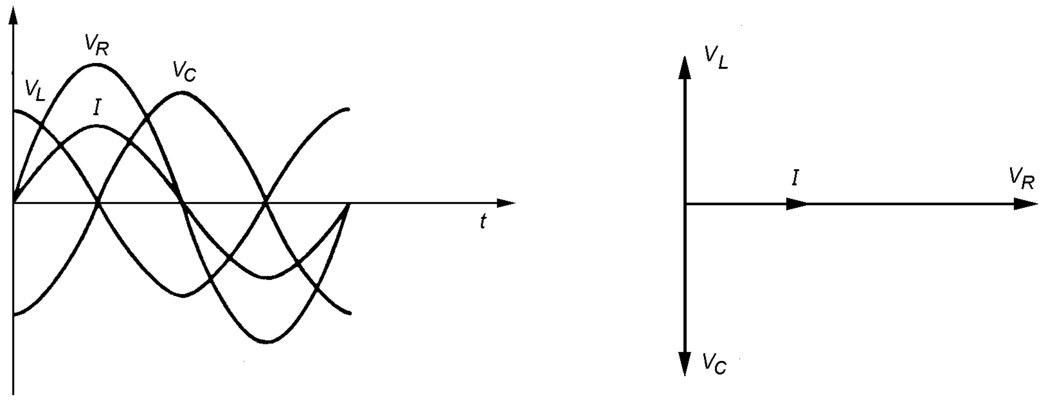
$$V_T = \sqrt{{V_R}^2 + {V_L}^2} = \sqrt{95{,}8^2 + 115{,}92^2} = \sqrt{22610{,}45}$$

V = 150,36 V

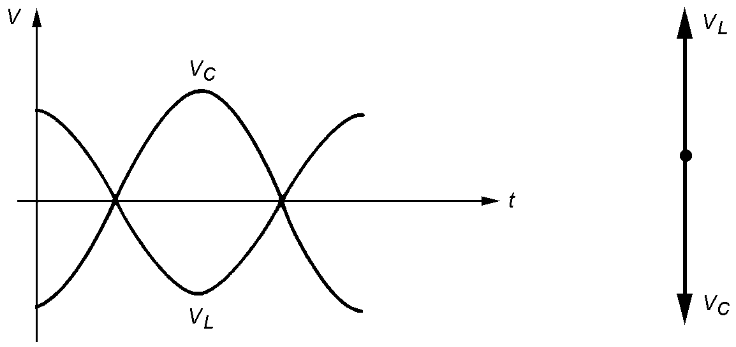
Esse resultado confere, considerando-se as aproximações usadas.

Tensões no circuito RLC série

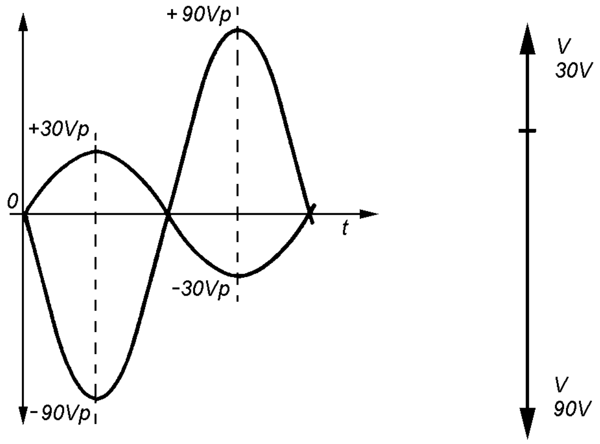
No circuito RLC série existe uma única corrente I e três tensões envolvidas, V_R, V_L e V_C, conforme mostram os gráficos senoidal e vetorial a seguir.

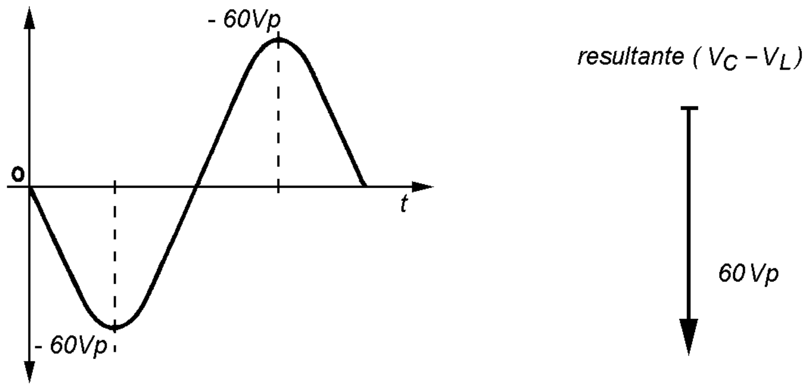


Os gráficos mostram que a tensão no indutor e no capacitor estão **em oposição de fase**. Isso é mostrado claramente retirando dos gráficos as linhas correspondentes à corrente e àqueda de tensão.



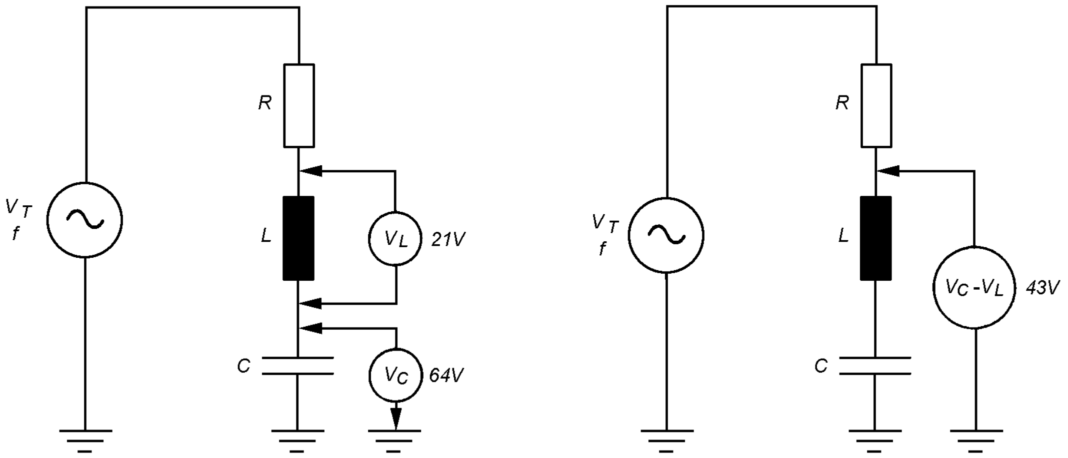
As tensões V_L e V_C em oposição de fase atuam uma contra a outra, subtraindo-se (vetores de mesma direção e sentidos opostos). Admitindo-se valores para V_L e V_C isso pode ser compreendido mais facilmente.





No exemplo dado, a resultante entre V_C e V_L corresponde a uma tensão de 60 V_P capacitiva porque a tensão V_C é maior que a tensão V_L.

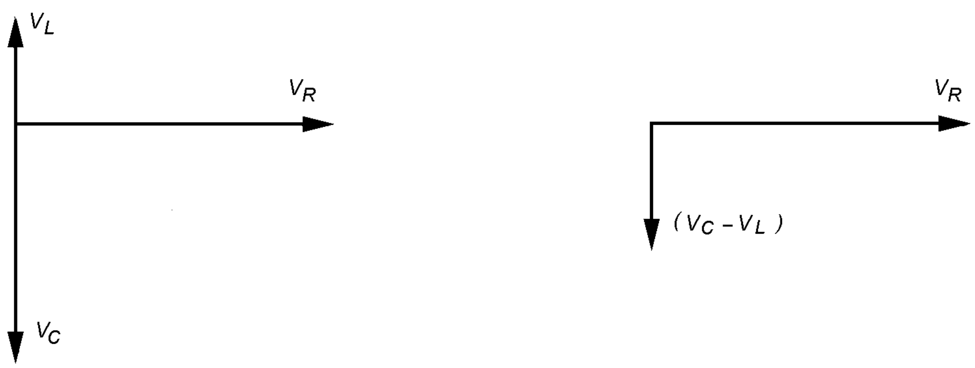
Essa subtração entre V_L e V_C pode ser observada na prática, medindo-se os valores de V_C e V_L isoladamente e depois medindo o valor V_C e V_L. As figuras a seguir ilustram uma situação possível em valores de tensão eficaz.



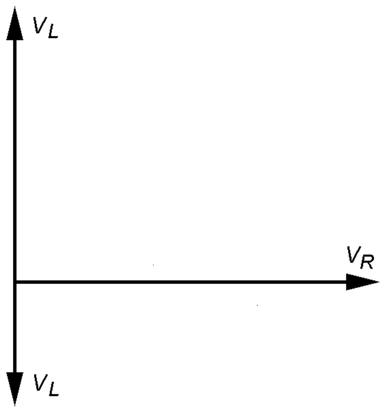
Nos diagramas mostrados, a tensão resultante entre L e C é capacitiva porque a tensão V_C é maior que a tensão V_L.

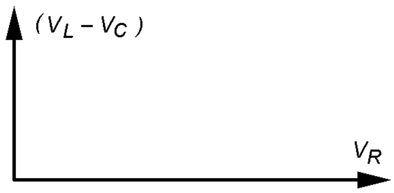
Com base nessa subtração entre V_L e V_C o sistema de três vetores (V_R, V_L e V_C) pode ser reduzido para dois vetores:

a) RLC, no qual o efeito capacitivo é maior que o indutivo

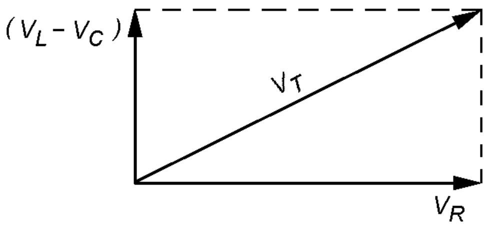


b) RLC, no qual o efeito indutivo é maior que o capacitivo





A partir do sistema de dois vetores a 90°, a tensão total V_T pode ser determinada pelo teorema de Pitágoras.



$$V_T^2 = V_R^2 + (V_L - V_C)^2$$

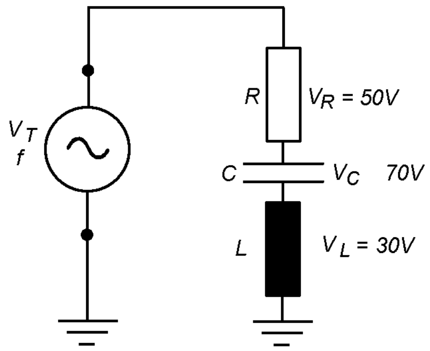
$$V_T = \sqrt{V_R^2 + (V_L - V_C)^2}$$

Observação

Nesta equação, os termos V_L e V_C devem ser colocados sempre na ordem maior menos menor (V_L - V_C ou V_C - V_L), de acordo com a situação. Isso é importante no momento em que for necessário isolar um dos termos (V_L ou V_C) na equação.

Exemplo

Determinar a tensão total aplicada ao circuito a seguir.



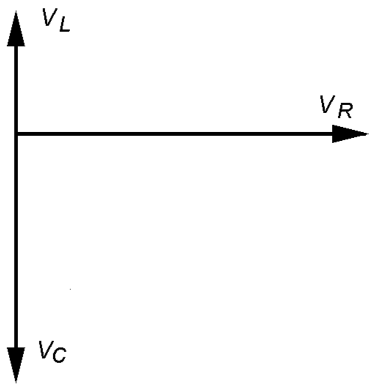
$V_T^2 = V_R^2 + (V_C - V_L)^2$ (porque V_C é maior que V_L)

$$V_T = \sqrt{50^2 + (70-30)^2} = \sqrt{50^2 + 40^2} = \sqrt{4100}$$

V_T = 64 V

Impedância do circuito RLC série

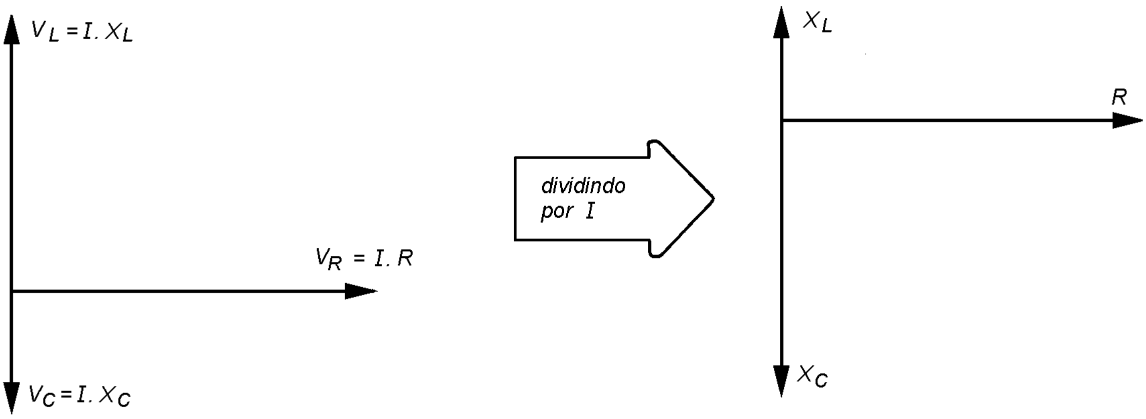
A equação para determinar a impedância de um circuito RLC série pode ser encontrada a partir de um estudo do seu gráfico vetorial.



Dividindo-se cada um dos vetores V_L, V_R e V_C pela corrente I, temos:

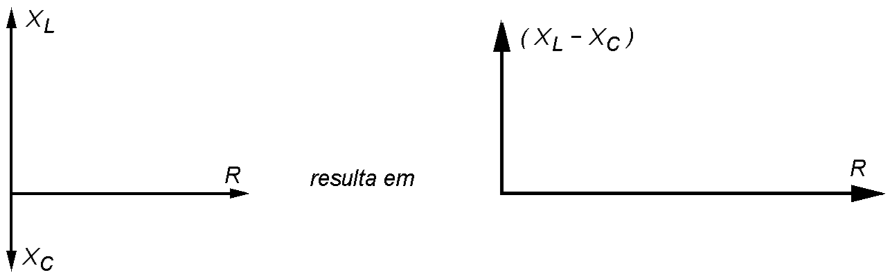
$$\frac{V_L}{I} = X_L; \frac{V_R}{I} = R; \frac{V_C}{I} = X_C$$

Os valores X_L, R e X_C dão origem a um novo gráfico vetorial.

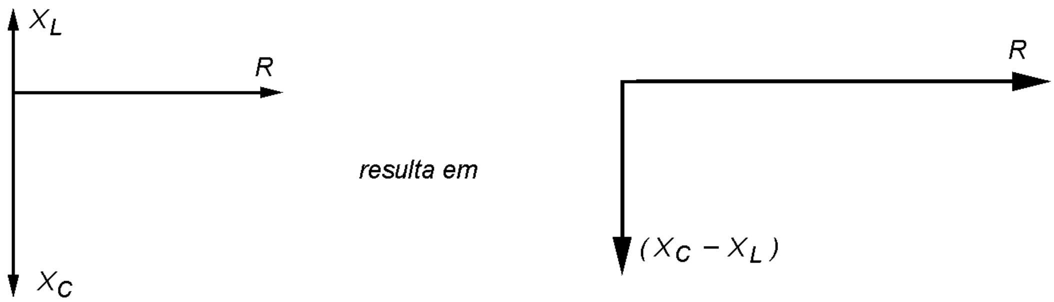


Pelo novo gráfico vetorial observa-se que X_L e X_C estão em oposição de fase (vetores na mesma direção e sentidos opostos). Com base nessa observação, o sistema de três vetores (X_L, R e X_C) pode ser reduzido para dois vetores:

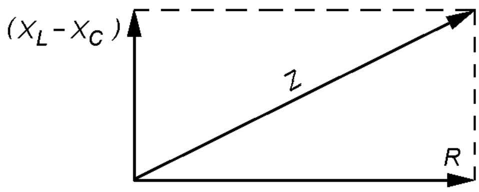
a) RLC onde X_L é maior que X_C.



b) RLC onde X_C é maior que X_L.



A partir do sistema de dois vetores a 90°, a resultante pode ser determinada pelo teorema de Pitágoras.



$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

Nessa equação, os termos X_L e X_C devem ser colocados na ordem maior menos o menor, conforme a situação (X_L - X_C ou X_C - X_L).

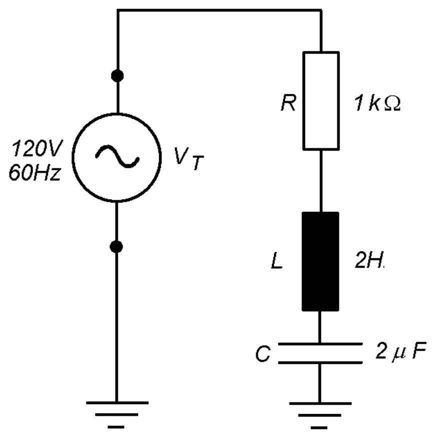
Corrente no circuito RLC série

A corrente no circuito RLC série depende da tensão aplicada e da impedância do circuito, conforme estabelece a **lei de Ohm** para circuitos CA, ou seja,

$$I = \frac{V_T}{Z}$$

Exemplo

No circuito a seguir, determinar Z, I, V_R, V_L e V_T.



$X_L = 2\ \ .\ f\ .\ L = 6{,}28\ .\ 60\ .\ 2 = 754\ \Omega$

$$X_C = \frac{1}{2.\pi.f.C} = \frac{1}{2.3{,}14.60.0{,}000002} = 1327\Omega$$

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_C - X_L)^2} = \sqrt{= 1000^2 + (1327 - 754)^2} = \sqrt{= 1000^2 + 573^2}$$

Z = 1153 Ω

$$I = \frac{V_T}{Z} = \frac{120}{1153} = 0{,}104A$$

I = 0,104 A ou 104 mA

$V_L = I\ .\ X_L = 0{,}104\ .\ 754 =$ **78 V**

$V_C = I\ .\ X_C = 0{,}104\ .\ 1327 =$ **138 V**

Os resultados podem ser conferidos aplicando-se os valores de V_R, V_L e V_T na equação da tensão total:

$$V_T = \sqrt{V_R^2 + (V_C - V_L)^2} = \sqrt{= 104^2 + (138 - 78)^2} = \sqrt{14416}$$

V_T = 120,07 V

O resultado confere com o valor da tensão aplicada, comprovando que os valores de V_R, V_L e V_C estão corretos. A pequena diferença (0,07 V) se deve aos arredondamentos realizados nos cálculos.

Exercícios

1. Responda às seguintes perguntas:

a) Onde as redes de defasagem são muito empregadas?

b) Quais fatores são responsáveis pelo valor da corrente em um circuito RLC série?

2. Faça os gráficos senoidais representando as grandezas solicitadas:

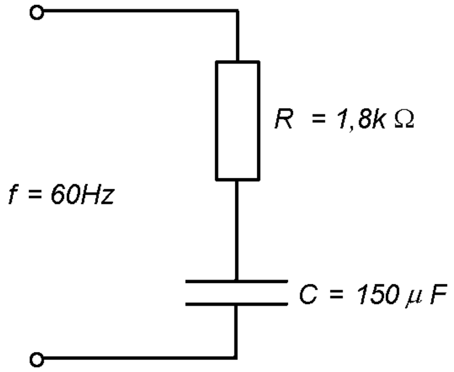
a) Corrente, tensões no capacitor e no resistor em um circuito RC série.

b) Corrente, tensões no indutor e no resistor em um circuito RL série.

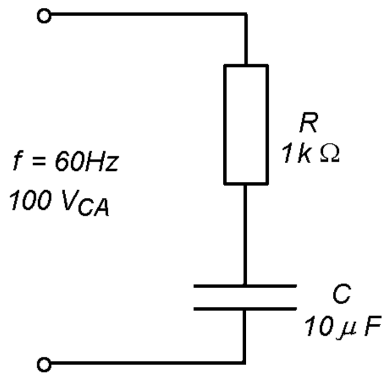
c) Corrente, tensões no indutor, no capacitor e no resistor em um circuito RLC série.

3. Resolva os seguintes exercícios:

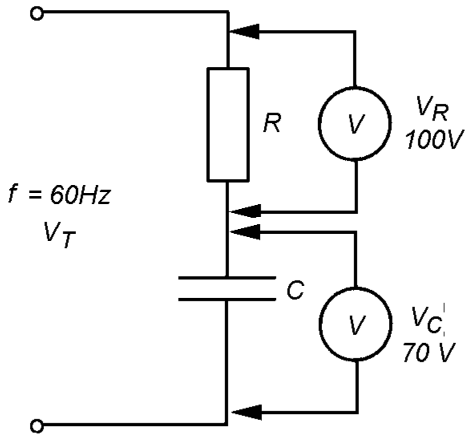
a) Determine a impedância do circuito que segue.



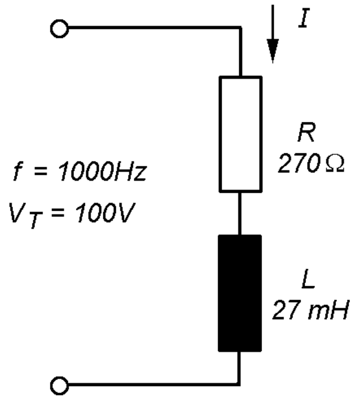
b) Determine a corrente no circuito apresentado.



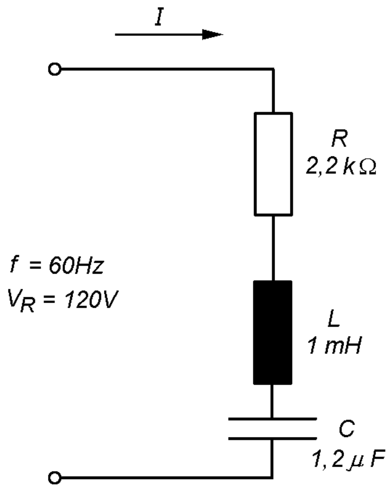
c) Calcule a tensão aplicada ao circuito que segue.



d) Calcule a corrente "I" as tensões no resistor e no indutor, e a impedância do circuito que segue.



e) Determine os valores de Z, I, V_L, e V_T no circuito a seguir.



Circuitos reativos de CA em paralelo

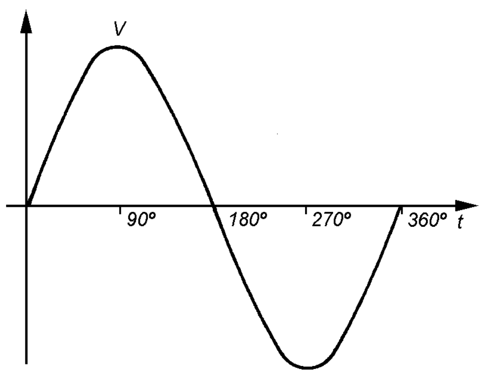
A característica fundamental dos circuitos paralelos consiste no fato de que a tensão aplicada a todos os componentes é a mesma.

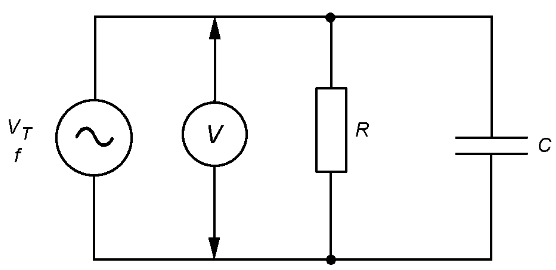
Como já foi visto, esse tipo de circuito pode ser RC (resistor/capacitor), RL (resistor/indutor) e RLC (resistor, indutor e capacitor).

Neste capítulo, estudaremos o comportamento desses circuitos paralelos em CA.

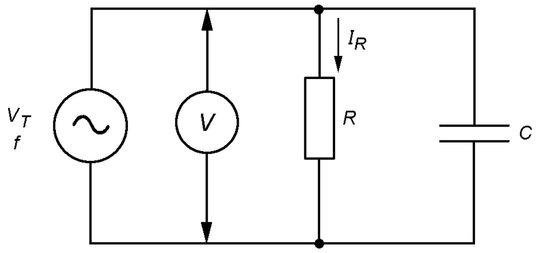
Circuito RC paralelo em CA

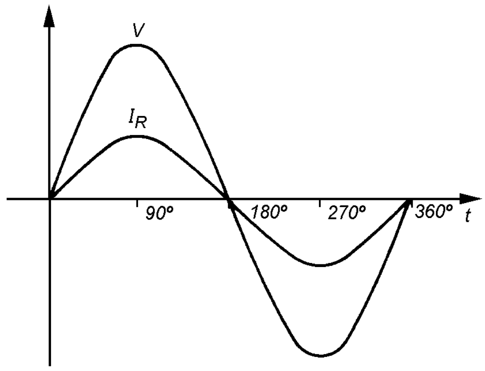
Como no circuito paralelo a tensão aplicada é a mesma em todos os componentes, esta é tomada como referência para uma análise gráfica dos circuitos desse tipo.





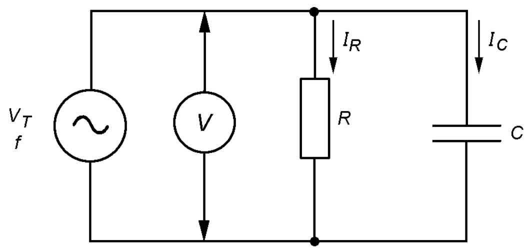
A aplicação de tensão alternada ao circuito provoca o aparecimento de uma corrente no resistor, I_R. Essa corrente está em fase com a tensão aplicada.

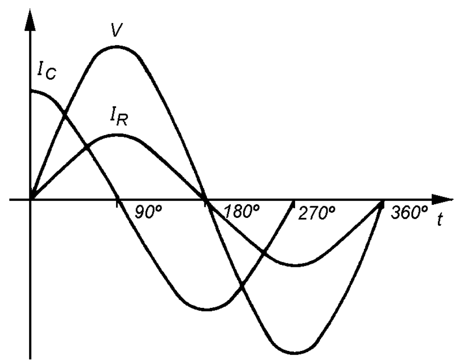




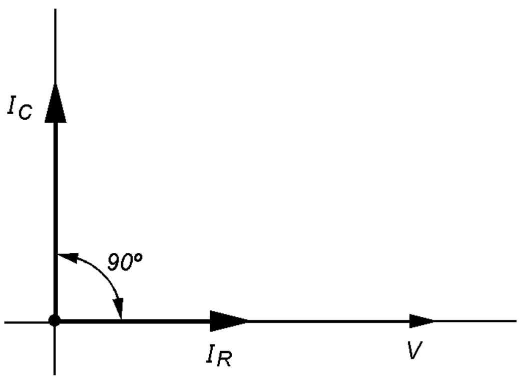
A mesma tensão aplicada ao resistor é aplicada sobre o capacitor, dando origem a uma corrente I_C.

Considerando que **a corrente no capacitor** está sempre **adiantada 90° em relação à tensão**, pode-se desenhar o gráfico senoidal completo do circuito RC paralelo.





O gráfico mostra que o circuito provoca uma defasagem entre as correntes no resistor e no capacitor. Veja a seguir o gráfico de vetores correspondente.



O gráfico vetorial mostra a tensão aplicada, a corrente no resistor em fase com a tensão aplicada e a corrente no capacitor adiantada 90º.

Correntes no circuito RC paralelo

No circuito RC paralelo existem três correntes envolvidas:

- a corrente no resistor (I_R);
- a corrente no capacitor (I_C);
- a corrente total (I_T).

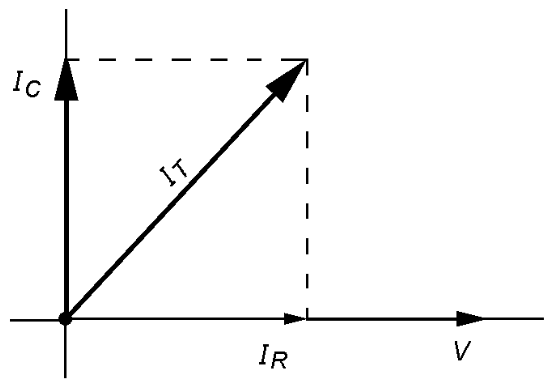
A corrente eficaz no resistor (I_R) é dada pela Lei de Ohm:

$$I_R = \frac{V}{R}$$

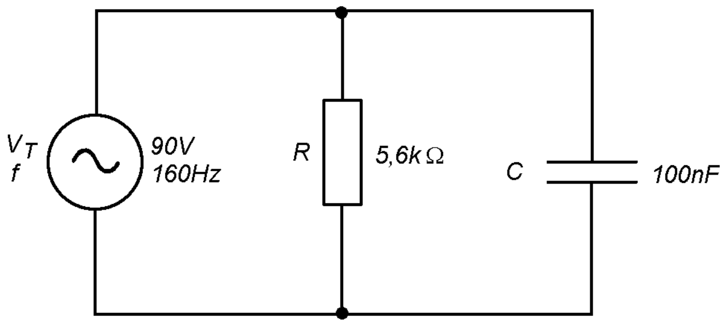
A corrente eficaz no capacitor também é dada pela Lei de Ohm, usando a capacitância reativa:

$$I_C = \frac{V}{X_C}$$

A corrente total é a resultante da soma vetorial entre I_C e I_R porque essas correntes estão defasadas.



Os vetores I_R, I_C e I_T formam um triângulo retângulo. Assim, a corrente total, I_T é calculada utilizando o teorema de Pitágoras.



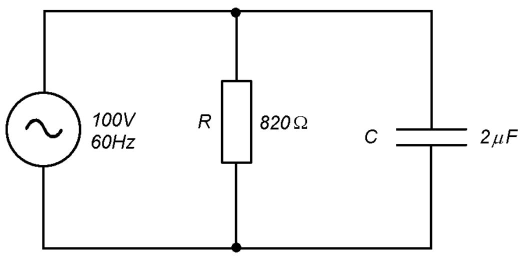
$I_T^2 = I_R^2 + I_C^2$

Portanto:

$$I_T = \sqrt{I_R^2 + I_C^2}$$

Exemplo

Determinar os valores de I_R, I_C e I_T do circuito a seguir.



Como $I_C = V/X_C$, é necessário calcular o valor de X_C.

$$X_C = \frac{1}{2.\pi.f.C} = \frac{1}{6{,}28.60.0{,}000005} = 1327\Omega$$

$$I_C = \frac{V}{X_C} = \frac{100}{1327} = 75{,}4mA$$

$$I_T = \sqrt{I_R^2 + I_C^2} = \sqrt{0{,}122^2 + 0{,}0754^2} = \sqrt{0{,}020569}$$

I_T = 0,1434 A ou I_T = 143,4 mA

Impedância do circuito RC paralelo

A impedância Z é a oposição total que o circuito apresenta àcirculação da corrente.

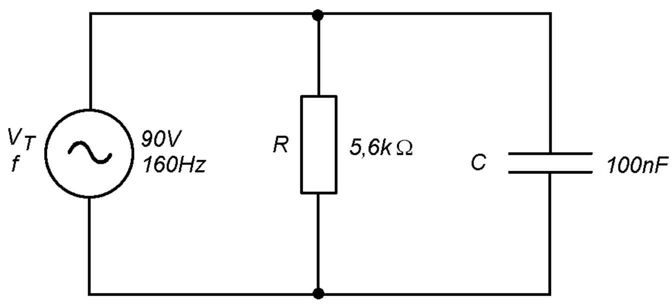
Em circuitos paralelos reativos, ou seja, que têm reatâncias envolvidas, a impedância somente pode ser calculada se a corrente total for conhecida, por meio da Lei de Ohm: $I_T = V_T/Z$, de onde, isolando-se Z, temos:

$$Z = \frac{V_T}{I_T}$$

Nessa equação, os valores de Z estão em ohms, de V em volts e de I_T em ampères.

Exemplo

No circuito a seguir, determinar I_R, I_C, I_T e Z.



$V_T = V_R = V_C = 90$ V

$$I_R = \frac{V_R}{R} = \frac{90}{5600} = 16{,}1mA$$

$$X_C = \frac{1}{2.\pi.f.C} = \frac{1}{0{,}00010048} = 9952\Omega$$

$$I_C = \frac{V_C}{X_C} = \frac{90}{9952} = 9{,}04mA$$

$$I_T = \sqrt{I_R^{\,2} + I_C^{\,2}} = \sqrt{16{,}1^2 + 9{,}04^2} = \sqrt{340{,}93}$$

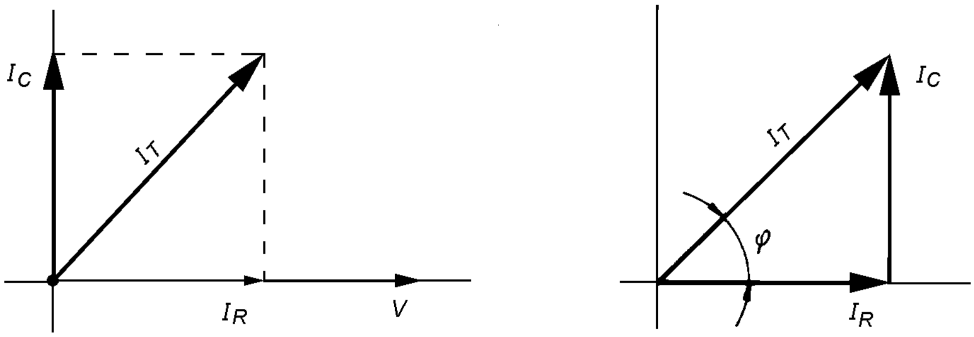
I_T = 18,5 mA

$$Z = \frac{V_T}{I_T} = \frac{90}{0{,}0185} = 4865\Omega$$

Defasagem entre as correntes

Como resultado da aplicação de um circuito RC paralelo a uma rede de CA, três correntes defasadas entre si são obtidas.

Os ângulos de defasagem entre I_R e I_T e entre I_C e I_T podem ser determinados com base no triângulo retângulo formado **pelos três vetores**.



O ângulo φ (fi) entre I_R e I_T pode ser definido a partir da relação cosseno:

$$\cos\varphi = \frac{I_R}{I_T}$$

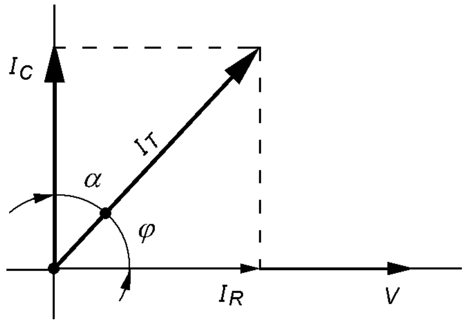
logo:

$$\varphi = \arc\cos\frac{I_R}{I_T} \;\text{ uo }\; \varphi = \cos^{-1}\frac{I_R}{I_T}$$

Que se lê: "fi é o arco cujo cosseno é dado por I_R/I_T".

Observação
O valor numérico do ângulo é encontrado consultando uma tabela de cossenos ou usando uma calculadora científica.

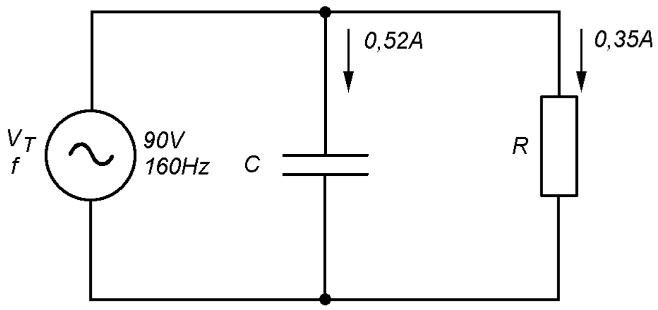
Dispondo-se do ângulo entre I_R e I_T, pode-se facilmente determinar o ângulo entre I_C e I_T.



Quando o ângulo φ é menor que 45°, isso significa que I_R é maior que I_C e diz-se que o circuito é predominantemente resistivo.

Quando o ângulo **φ é maior que 45°**, isso significa que **I_C é maior que I_R** e o circuito é **predominantemente capacitivo**.

Exemplo
No circuito a seguir, determinar o ângulo entre I_R e I_T (φ) e entre I_C e I_T (α).



$$I_T = \sqrt{I_R^{\ 2} + I_C^{\ 2}} = \sqrt{0{,}35^2 + 0{,}52^2} = \sqrt{=0{,}3929}$$

I_T = 0,627 A

$$\varphi = \text{arc cos}\,\frac{I_R}{I_T} = \text{arc cos}\,\frac{0{,}35}{0{,}627} = \text{arc cos}\,0{,}5582 = 56^0$$

Consultando uma tabela, descobre-se que o arco cujo cosseno é 0,5582 é 56^o, portanto $\varphi = 56^o$.

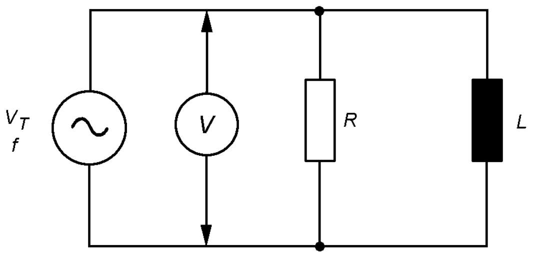
O ângulo entre I_C e I_T pode então ser determinado:

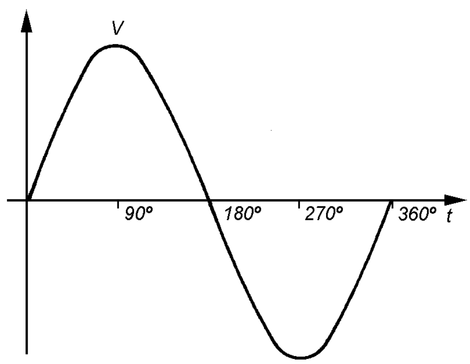
$\alpha = 90^o - \varphi = 90^o - 56^o = 34^o$

Como $I_C > I_R$ este circuito é predominantemente capacitivo.

Circuito RL paralelo em CA

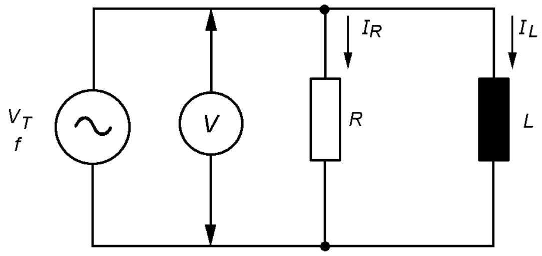
Quando se conecta um circuito RL paralelo a uma rede de CA, o resistor e o indutor recebem a mesma tensão. Por isso, a tensão é utilizada como referência para o estudo do circuito RL paralelo.

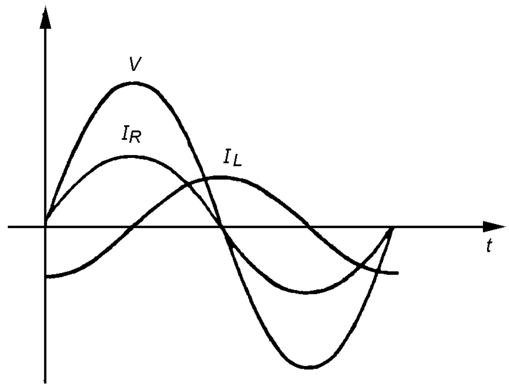




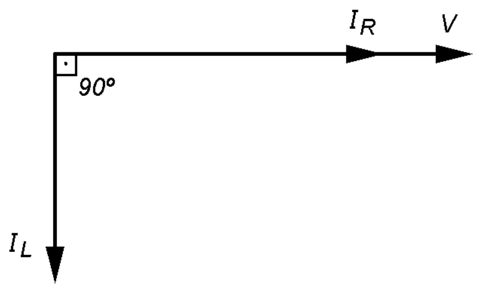
A tensão aplicada provoca a circulação de uma corrente no resistor (I_R) que está em fase com a tensão aplicada.

Essa tensão é aplicada sobre o resistor e o indutor. Isso provoca a circulação da corrente I_L **atrasada 90º em relação à tensão aplicada** devido à auto-indução.





O gráfico senoidal mostra que **o circuito RL paralelo** se caracteriza por provocar uma **defasagem entre as correntes**. Essa defasagem é visualizada mais facilmente através do gráfico vetorial do circuito RL paralelo. Ele mostra que a corrente no indutor está atrasada 90º em relação à corrente do resistor.

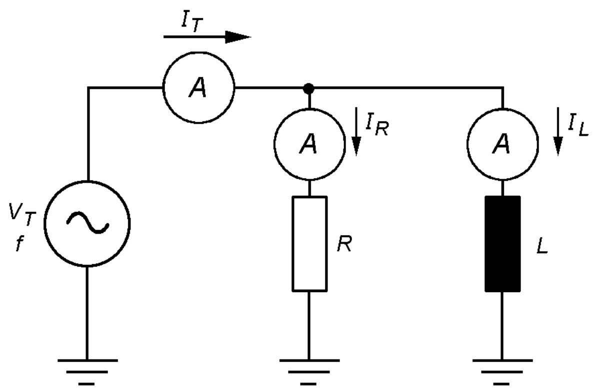


Correntes no circuito RL paralelo

Em um circuito RL paralelo existem três correntes a serem consideradas:

- a corrente no resistor (I_R);
- a corrente no indutor (I_L);
- a corrente total (I_T).

Veja na figura a seguir o posicionamento dos instrumentos de medida para a medição dessas três correntes.

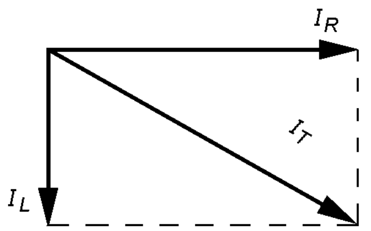


A corrente eficaz no resistor (I_R) e no indutor (I_L) é dada pela lei de Ohm:

$I_R = V/R$ e $I_L = V/X_L$

Onde: $V_T = V_L = V_R$

A corrente total é obtida por soma vetorial, uma vez que as correntes I_R e I_L estão defasadas entre si.



Isolando I_R e I_L, temos:

$$I_R = \sqrt{I_T^2 - I_L^2}$$

$$I_L = \sqrt{I_T^2 - I_R^2}$$

Impedância no circuito RL paralelo

A impedância de um circuito RL paralelo é determinada através da Lei de Ohm se os valores de tensão (V) e corrente total (I_T) forem conhecidos.

$$I_T = \frac{V_T}{Z}, \quad \text{logo } Z = \frac{V_T}{I_T}$$

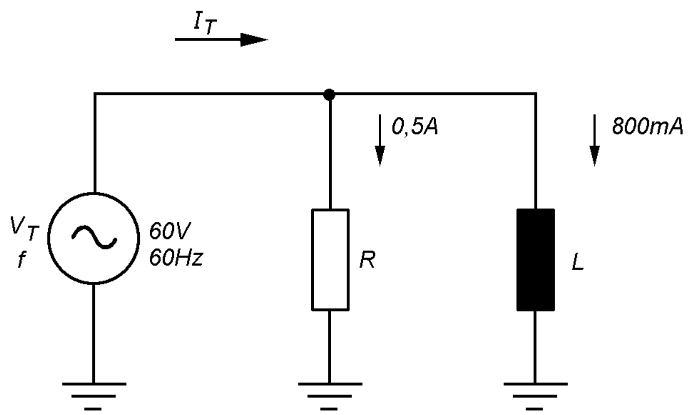
Nessa equação, os valores de Z estão em ohms, de V_T em volts e de I_T em ampères.

Outra fórmula para se calcular Z é:

$$Z = \frac{R.X_L}{R^2 + X_L{}^2}$$

Exemplo

Determinar o valor de I_T, R, L e Z no circuito abaixo.



$$I_T = \sqrt{0{,}5^2 + 0{,}8^2} = \sqrt{0{,}89} = 0{,}94A$$

$$R = \frac{V_R}{I_R} = \frac{60}{0{,}5} = 120\Omega$$

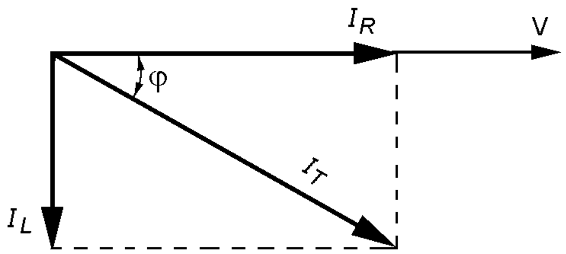
$$X_L = \frac{V_L}{I_L} = \frac{60}{0{,}8} = 75\Omega$$

$$L = \frac{X_L}{2.\pi.f} = \frac{75}{6{,}28.60} = 199mH$$

$$Z = \frac{V_T}{I_T} = \frac{60}{0{,}94} = 64\Omega$$

Defasagem entre as correntes

As três correntes que circulam em um circuito RL paralelo estão **defasadas entre si**. Essas defasagens podem ser determinadas se as três correntes puderem ser medidas. Vamos partir do gráfico vetorial.

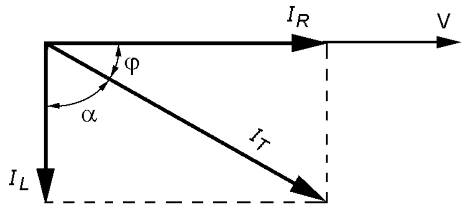


O ângulo fi (φ) entre I_R e I_T pode ser determinado a partir da relação que determina o cosseno:

$$\varphi = \text{arc}\cos\frac{I_R}{I_T} \text{ uo } \varphi = \cos^{-1}\frac{I_R}{I_T}$$

O valor numérico do ângulo é encontrado consultando-se a tabela trigonométrica ou calculando com uma calculadora científica.

Conhecido o ângulo φ entre I_R e I_T, o ângulo α (alfa) entre I_L e I_T pode ser facilmente determinado:



$\alpha + \varphi = 90^o$

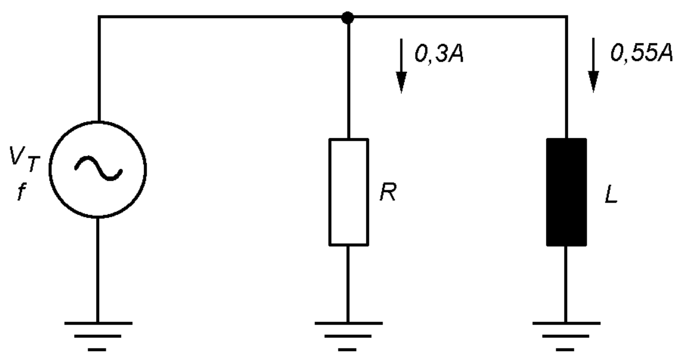
$\alpha = 90^o - \varphi$

Quando a corrente I_R é maior que I_L, o ângulo φ é menor que 45^o e o circuito é predominantemente resistivo.

Quando, por outro lado, a corrente I_L é maior que a corrente I_R, o ângulo φ é maior que 45^o, o circuito é predominantemente indutivo.

Exemplo

Determinar no circuito a seguir, o ângulo φ entre I_R e $_{IT}$ e o ângulo α entre I_L e I_T.



$$I_T = \sqrt{I_R{}^2 + I_L{}^2} = \sqrt{0,3^2 + 0,55^2} = \sqrt{0,3925}$$

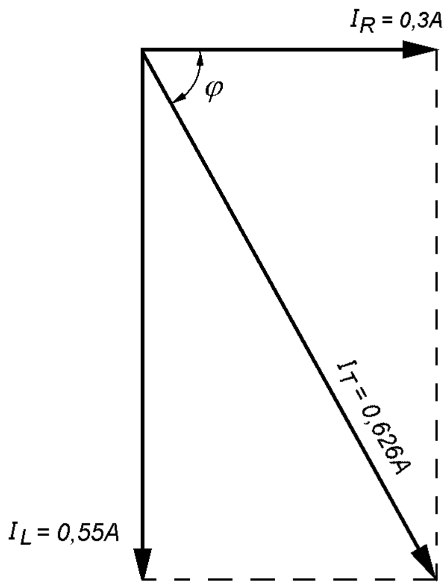
I_T = 0,626 A ou 626 mA

Consultando uma tabela de cossenos: $\varphi = 61^o$

O ângulo α entre I_L e I_T pode ser determinado: $\alpha = 90 - \varphi$

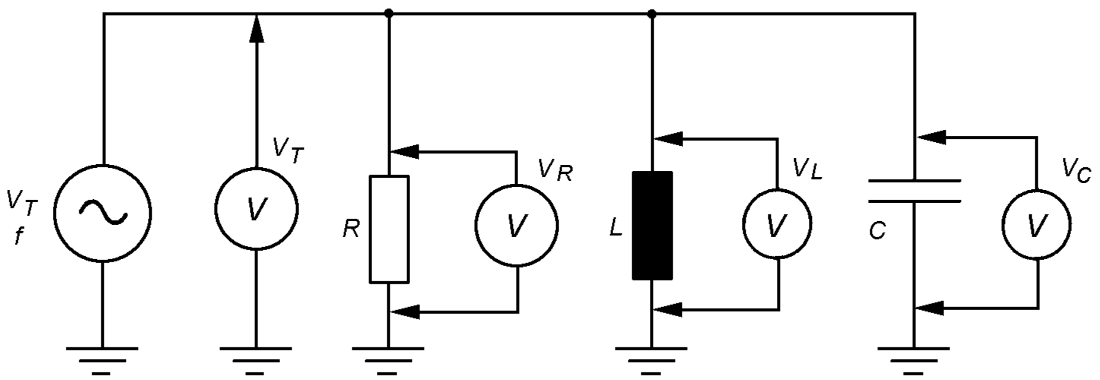
$\alpha = 90^o - 61^o = 29^o$

Veja o gráfico vetorial do circuito que é predominantemente indutivo.



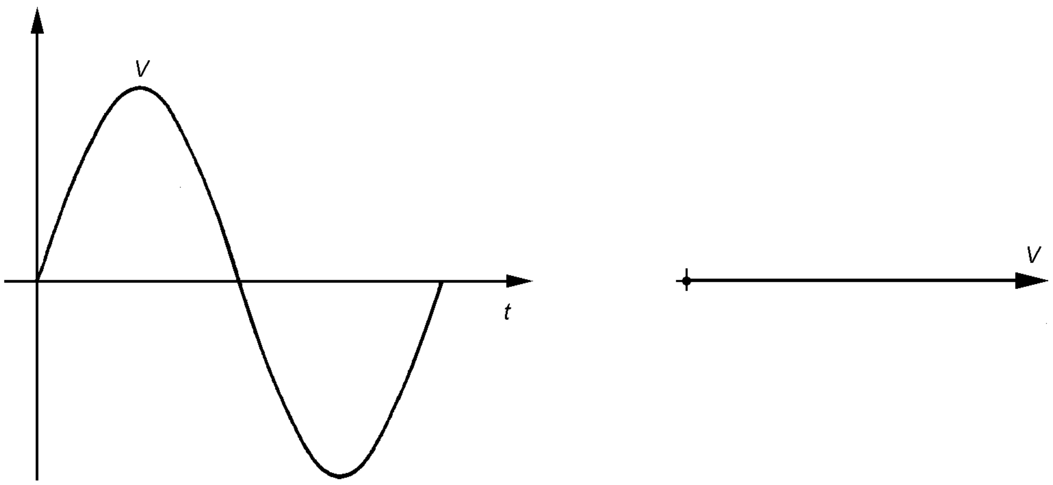
Circuito RLC paralelo em CA

O circuito RLC paralelo é **essencialmente defasador de correntes**. Como em todo circuito paralelo, a tensão aplicada aos componentes é a mesma e serve como referência para o estudo do comportamento do circuito.

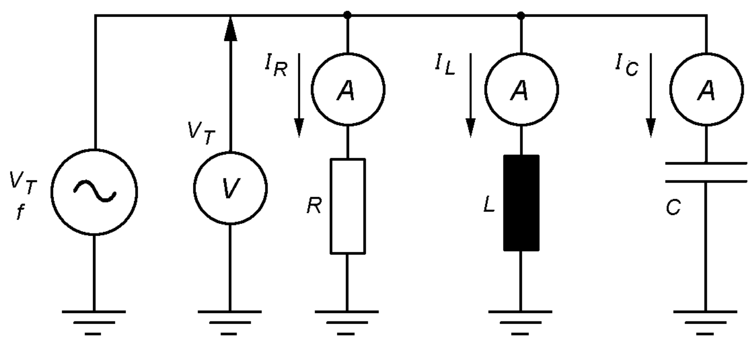


$$V_R = V_L = V_C = V_T$$

Para a construção dos gráficos senoidal e vetorial do circuito RLC paralelo, a tensão é tomada como ponto de partida.



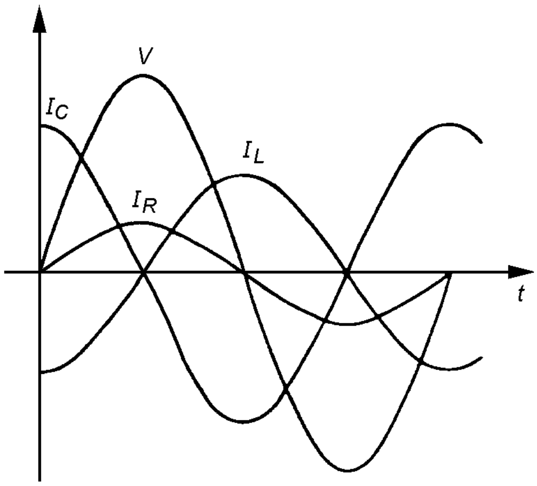
A aplicação de tensão ao circuito RLC paralelo provoca a circulação de corrente nos três componentes:

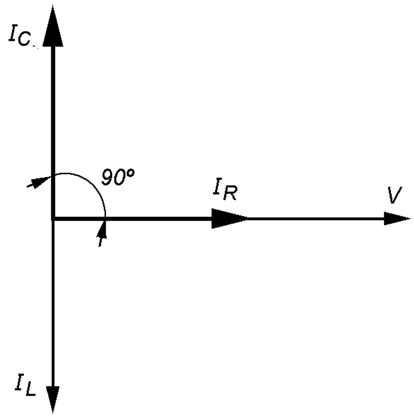


Observe que:

- A corrente no resistor está em fase com a tensão aplicada ao circuito;
- A corrente do indutor está atrasada 90^o em relação àtensão aplicada;
- A corrente do capacitor está adiantada 90^o em relação àtensão aplicada.

Veja gráficos senoidal e vetorial a seguir.





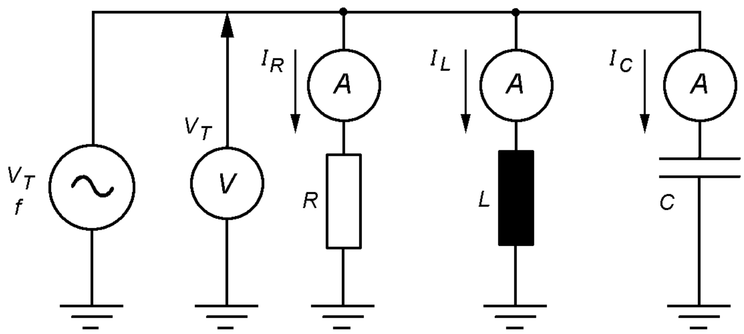
Correntes no circuito RLC paralelo

As correntes individuais no resistor, indutor e capacitor de um circuito RLC paralelo são determinadas diretamente através da **Lei de Ohm** para circuitos de CA, ou seja:

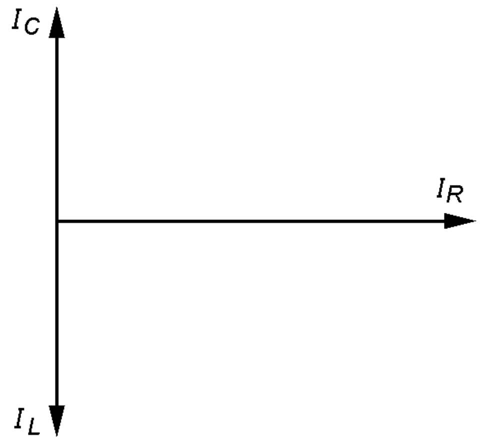
$I_R = V_R/R$

$I_L = V_L/X_L$

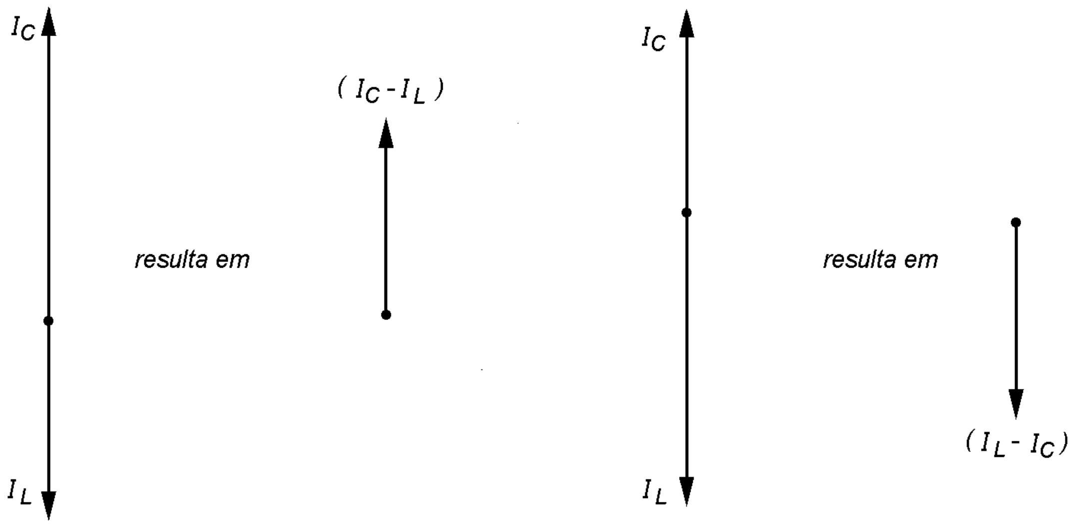
$I_C = V_C/X_C$



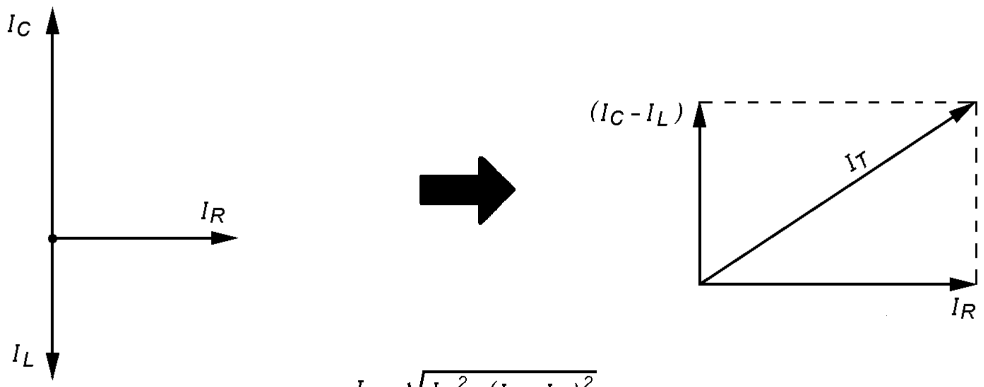
Essas três correntes dão origem a uma corrente total, fornecida pela fonte. Essa corrente é determinada por soma vetorial, uma vez que as três correntes estão defasadas entre si.



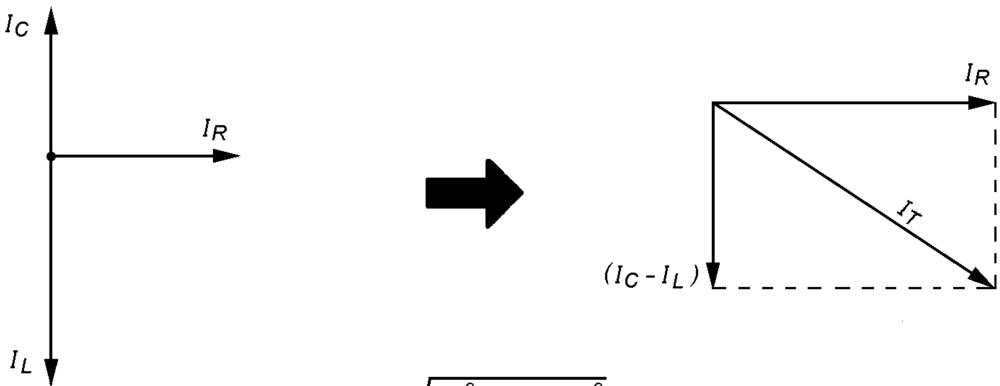
O primeiro passo é encontrar a resultante entre I_C e I_L que estão em **oposição de fase**.



Uma vez que o sistema de três vetores foi reduzido a dois vetores defasados em 90°, a resultante pode ser determinada pelo **teorema de Pitágoras**.



$$I_T = \sqrt{I_R^2 + (I_C - I_L)^2}$$



$$I_T = \sqrt{I_R^2 + (I_L - I_C)^2}$$

A ordem dos termos I_L e I_C na equação só é importante se for necessário isolar um destes termos.

Impedância do circuito RLC paralelo

A impedância de um circuito RLC paralelo é determinada pela lei de Ohm para circuitos de CA se a tensão e a corrente total forem conhecidas:

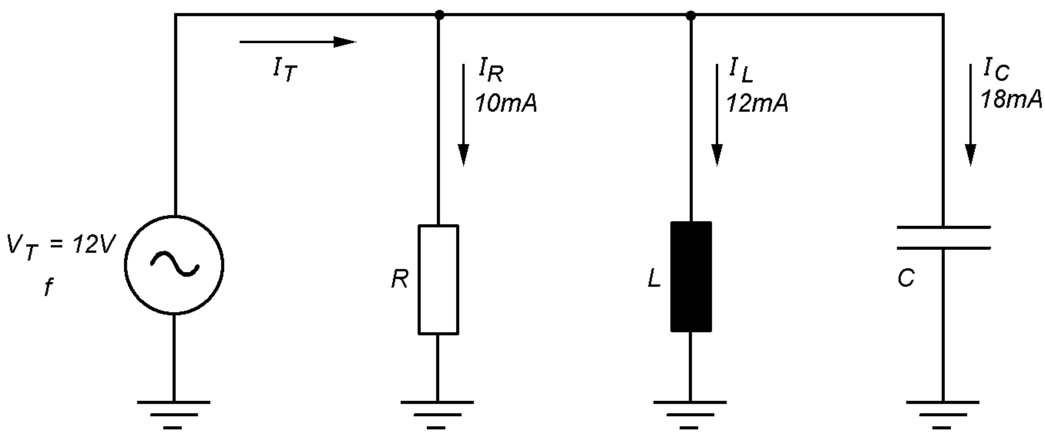
$$Z = \frac{V_T}{I_T}$$

Outra fórmula para o cálculo é:

$$Z = \frac{1}{\frac{1}{R^2} + \frac{X_L{}^2 - X_C{}^2}{X_L . X_C}}$$

Exemplo

Determinar I_T e Z no circuito a seguir.



$$I_T = \sqrt{I_R{}^2 + (I_C - I_L)^2} = \sqrt{10^2 + (18 - 12)^2} = \sqrt{= 100 + 36} = \sqrt{136}$$

I_T = 11,7 mA

$$Z = \frac{V_T}{I_T} = \frac{12}{0{,}0117} = 1026\Omega$$

Exercícios

1. Resolva os seguintes exercícios:

a) Faça o esquema de um circuito RC paralelo e determine I_R, I_C, I_T e Z.

Dados:

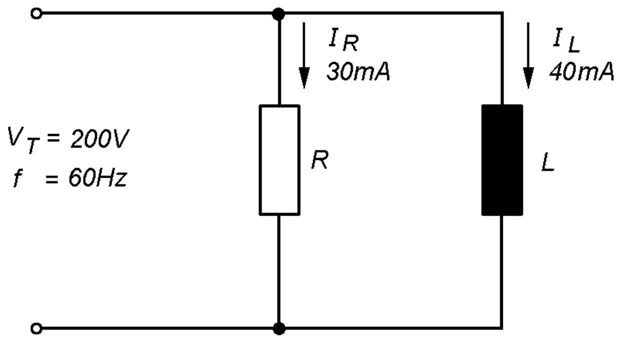
V_T= 120 V (senoidal)

f = 60 Hz

R = 100 Ω

C = 100 μF

b) Determine os parâmetros I_T, R, L, e Z no circuito que segue.



c) Calcule o cos φ do exercício anterior.

d) Faça o esquema de um circuito RLC paralelo com correntes senoidais: I_L = 5 mA, I_C = 20 mA e I_R = 15 mA. Sabendo-se que a tensão da rede é 42 V, calcule a impedância desse circuito.

2. Preencha as lacunas com **V** para as afirmações **verdadeiras** e **F** para as afirmações **falsas**.

a) ( ) Em um circuito RC paralelo, a tensão no capacitor está adiantada em relação àcorrente.

b) ( ) Quando o ângulo φ entre I_R e I_C em um circuito RC paralelo, é menor que 45^o, o circuito é predominantemente resistivo.

c) ( ) A impedância expressa a defasagem entre a indutância e a reatância indutiva em um circuito RLC paralelo.

d) ( ) Em um circuito RLC paralelo, para determinar a tensão nos componentes usa-se o teorema de Pitágoras.

e) ( ) A corrente de auto-indução é a responsável pela defasagem entre tensão e corrente em um indutor.

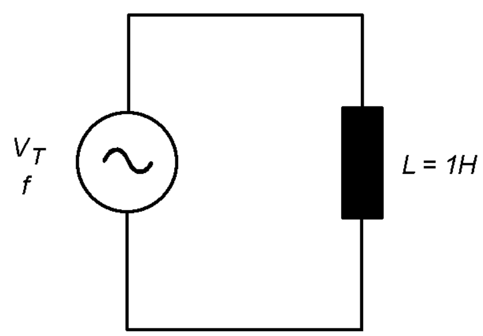
Circuitos ressonantes

Neste capítulo serão estudados circuitos RLC em série e em paralelo alimentados por determinada freqüência de rede que causa um fenômeno chamado ressonância.

Para um melhor aproveitamento desse conteúdo é necessário que você tenha conhecimentos anteriores sobre tensão alternada, reatância indutiva, reatância capacitiva e impedância

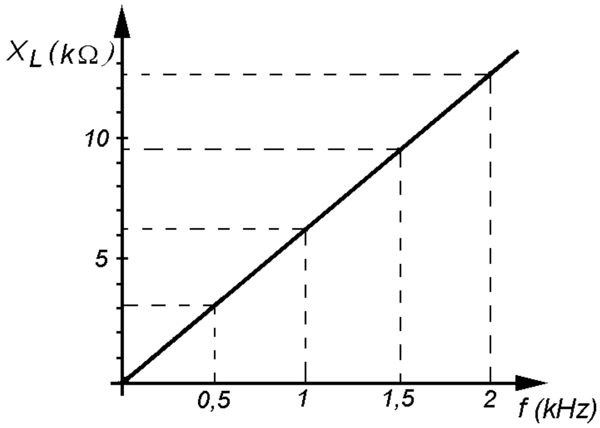
Freqüência de ressonância

A reatância de um indutor cresce à medida que a freqüência do gerador de CA aumenta. Da análise de um indutor de 1 H conectado a um gerador de sinais, onde manteve-se a tensão constante e variou-se a frequência, obteve-se os dados contidos no quadro abaixo:

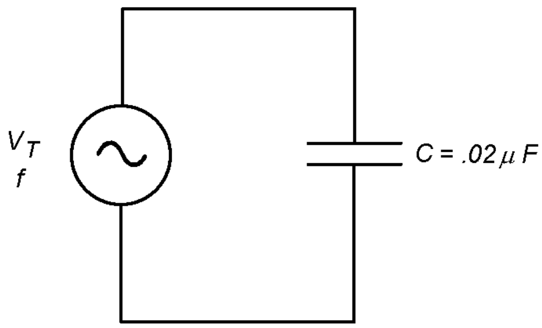


Freqüência do gerador de sinais Hz	Reatância do indutor Ω
500	3140
1000	6280
1500	9420
2000	12560

Transpondo esses valores para um gráfico, vemos que a reatância de um indutor cresce linearmente com o aumento da freqüência.

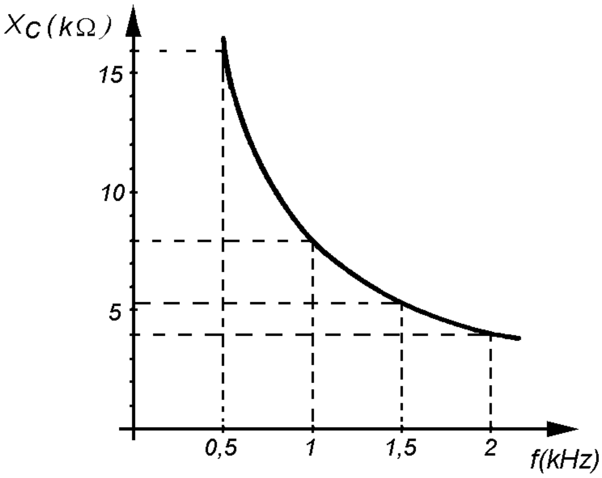


Substituindo o indutor do circuito anterior por um capacitor observa-se que a reatância decresce com o aumento da freqüência do gerador de CA. Da análise de um capacitor de 0,02 µF conectado a um gerador de áudio, obtêm-se os dados contidos no quadro abaixo.

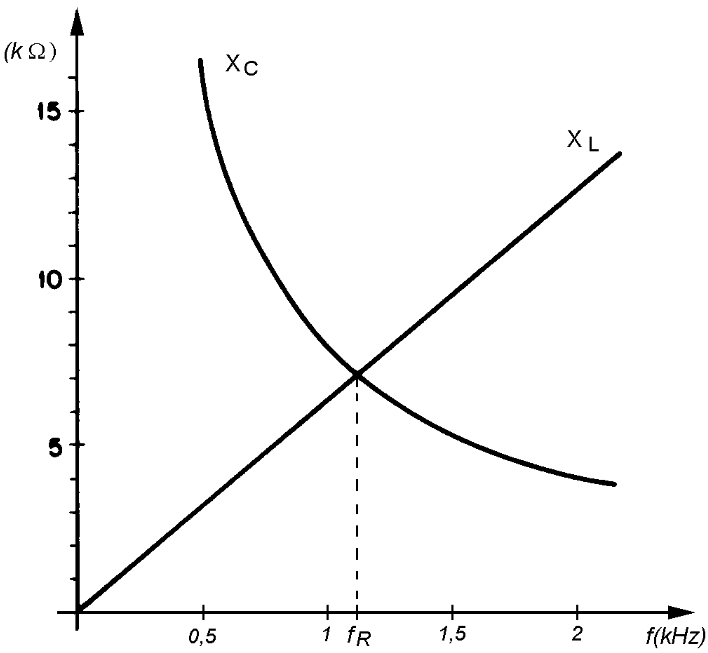


Freqüência do gerador de sinais **Hz**	**Reatância do capacitor** **Ω**
500	5923
1000	7961
1500	5307
2000	3980

Transpondo esses valores para um gráfico, notamos a queda da reatância capacitiva com o aumento da freqüência.



Sobrepondo os gráficos de reatância capacitiva e reatância indutiva, vemos que existe certa freqüência na qual X_L e X_C são iguais.



Esta freqüência onde X_L é igual a X_C chama-se **freqüência de ressonância**, representada pela notação f_r de acordo com a norma NBR 5453.

Qualquer circuito que contenha um capacitor e um indutor, em série ou em paralelo, tem uma freqüência de ressonância.

A equação para determinar a freqüência de ressonância de um circuito LC pode ser deduzida a partir do fato de que $X_L = X_C$.

$$X_L = X_C$$

$$2.\pi.f_r.L = \frac{1}{2.\pi.f_r.C}$$

$$(2.\pi.f.r.L) . (2. \pi.f.r.C) = 1$$

$$4. \pi^2.f..r^2.L.C = 1$$

Isolando f_r:

$$f_r^2 = \frac{1}{4.\pi^2.L.C}$$

$$\sqrt{f_r^2} = \sqrt{\frac{1}{4.\pi^2.L.C}}$$

$$f_r = \frac{1}{2.\pi\sqrt{L.C}}$$

A equação pode ser desenvolvida para que o valor de capacitância possa ser aplicado em microfarad.

$$f_r = \frac{1000}{2.\pi\sqrt{L.C}}$$

Onde:

$\mathbf{f_r}$ é a freqüência de ressonância em Hertz;

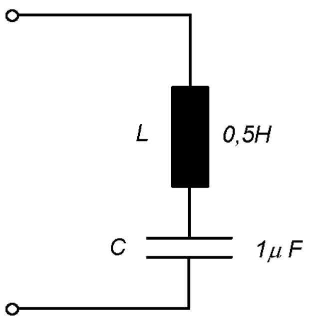
L é a indutância em Henry;

C é a capacitância em microfarad.

Observe a seguir dois exemplos de como se calcula a freqüência de ressonância.

Exemplo 1

Dado o circuito abaixo, calcular sua freqüência de ressonância.



$$f_r = \frac{1000}{2.\pi\sqrt{L.C}} = \frac{1000}{6{,}28.\sqrt{0{,}5.1}} = \frac{1000}{6{,}28.0{,}7071}$$

f_r = 225,2 Hz

Pode-se conferir o resultado, calculando os valores de X_L e X_C em 225,2 Hz.

1 μF em 225,22 Hz $\Rightarrow$ $X_C = 707{,}1\ \Omega$

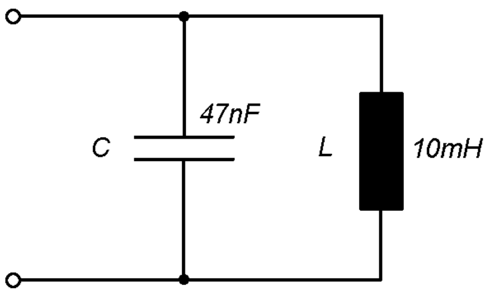
0,5 H em 225,22 Hz $\Rightarrow$ $X_L = 707\ \Omega$

Observação

Se houver uma pequena diferença no resultado, se deve aos arredondamentos realizados nos cálculos.

Exemplo 2

Dado o circuito abaixo, calcular o valor da sua freqüência de ressonância.



C = 0,047 μF
L = 0,01 H

$$f_r = \frac{1000}{2.\pi\sqrt{L.C}} = \frac{1000}{6{,}28.\sqrt{0{,}01.0{,}047}} = \frac{1000}{0{,}1361}$$

f_r = 7347,5 Hz

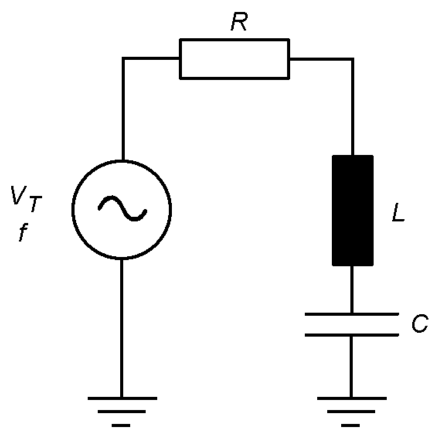
Circuitos ressonantes

Circuito ressonante é qualquer circuito LC ou RLC no qual a freqüência da rede que alimenta apresenta um valor que a caracteriza como freqüência de ressonância, isto é, frequência que provoca a igualdade entre as reatâncias capacitiva e indutiva.

Um circuito ressonante qualquer é caracterizado por apresentar a **menor oposição** possível à passagem da corrente elétrica.

Circuito ressonante RLC em série

Para estudar o funcionamento de um circuito RLC em série na freqüência de ressonância deve-se partir de um circuito RLC em série qualquer ligado a uma fonte CA.



A impedância do circuito RLC em série é dada pela seguinte equação:

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

Se o gerador fornece uma CA na freqüência de ressonância, temos o seguinte resultado:

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

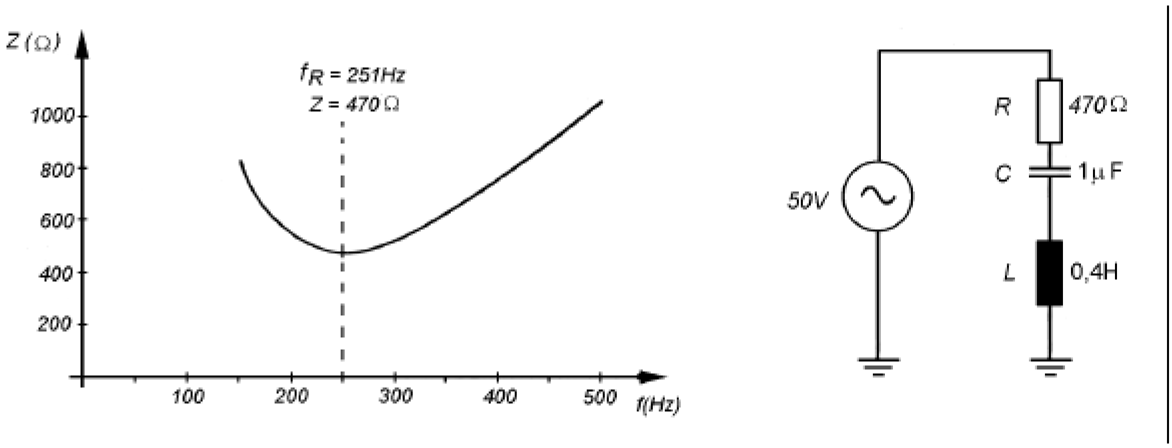
como XL = XC (XL - XC) = 0

$$Z = \sqrt{R^2 + 0^2}$$

$$Z = \sqrt{R^2}$$

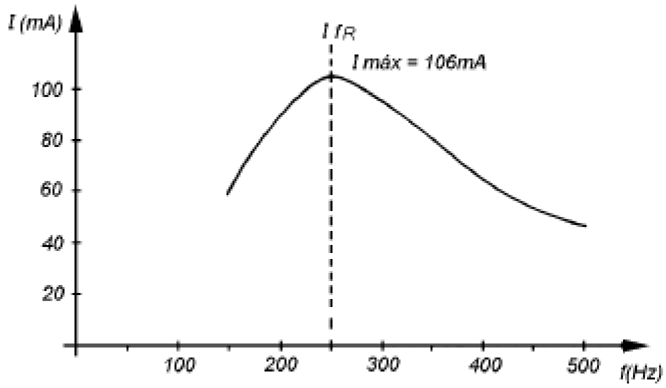
Z = R

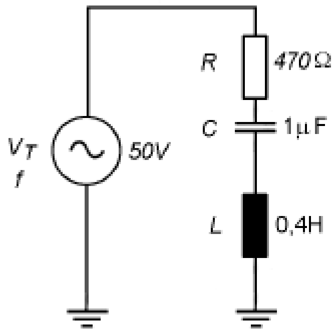
Pode-se construir um gráfico que mostra o comportamento da impedância de um circuito RLC em série em CA, em função da variação da frequência (Z x f).



O que se verifica é que, na freqüência de ressonância, os efeitos capacitivos e indututivos **se anulam mutuamente**. Isso faz com que a impedância seja mínima e igual ao valor do resistor. Portanto, um circuito RLC em série tem a impedância mínima na freqüência de ressonância.

a corrente máxima em um circuito RLC em

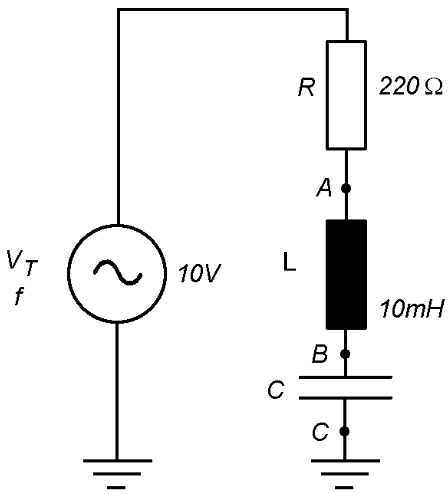




Observe a seguir um exemplo de como se calcula um circuito RLC em série na ressonância.

Dado o circuito abaixo e supondo que a freqüência do gerador seja variável, determinar a corrente máxima que pode circular no circuito. Determinar também as

$_{AB}$, V e V_{AC}



Como a corrente máxima do RLC em série flui na ressonância onde Z = R, temos:

$$I_T = \frac{V_T}{Z}$$

$I_T \quad _{MÁX}$

$$I_{MÁX} = \frac{V_T}{R} = \frac{10}{220}$$

I = 45,45 mA

A freqüência de ressonância é 7,345 Hz.

$_{AB}$ = V = I . X_L

$_L$ = 2. . f . L $\quad X_L \quad _L$ = 461

$V_L \quad _L$ = 20,95 V $\quad$ **V = 20,95 V**

V = $V_C \quad _{BC}$ = I . X $\Rightarrow \quad _C$ = XL = 461

$V_C \quad _L$ = 20,95 V $\quad$ **V = 20,95 V**

V = $V_L \quad _C \quad$ V = 20,95 - 20,95 $\quad$ **V = 0 V**

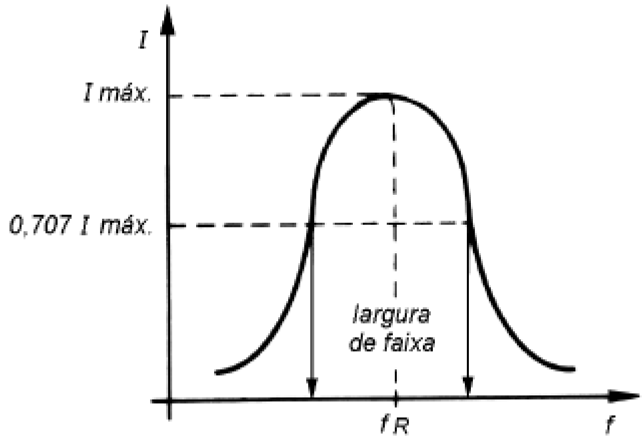
Portanto, a tensão fornecida pela fonte está toda aplicada sobre o resistor.

$_R$ = I . R = 0,4545 . 220 = 10 V

Define-se a largura da faixa (em inglês "bandwidth"), como a faixa de freqüências em

corrente máxima (I = $I_{MÁX}$

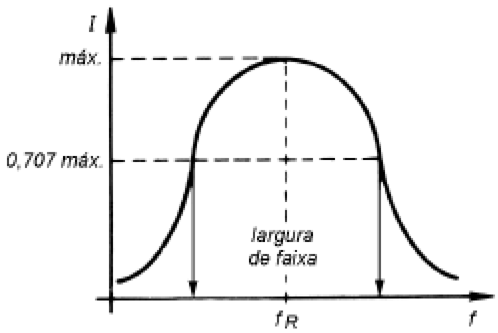
A determinação da largura de faixa no gráfico típico de corrente do circuito RLC em série é mostrada na figura abaixo. O ponto onde

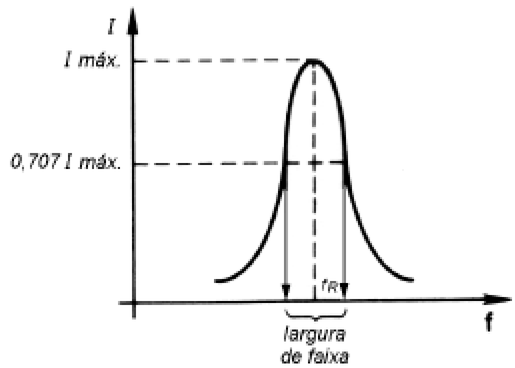


A largura de faixa depende da capacidade do capacitor, da indutância e o fator de qualidade (Q) do indutor.

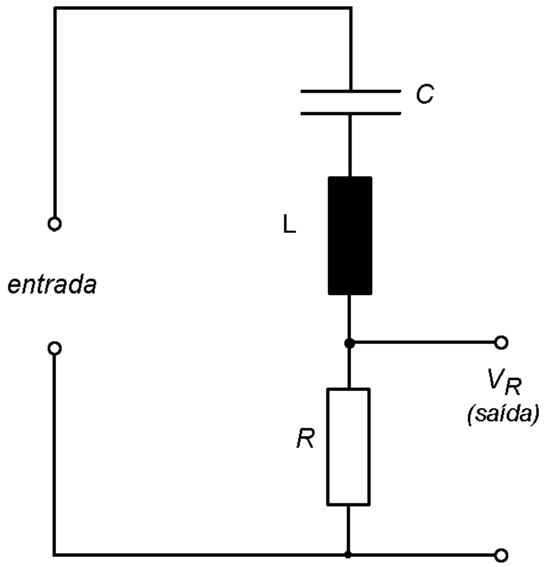
$$Q = \frac{X_L}{R_{in}}$$

De acordo com os valores utilizados é possível estender ou comprimir a largura de faixa de um circuito.





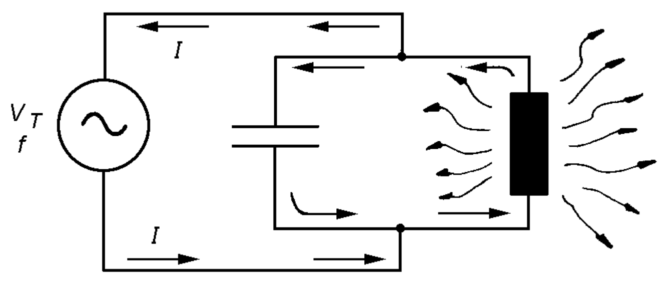
Esta característica é aproveitada para realizar a seleção de freqüências. A figura a seguir mostra como é possível obter um circuito **seletor de freqüências**.



Nesse circuito, a tensão de saída (V_R) atinge o seu valor máximo na freqüência de ressonância, decrescendo à medida que a freqüência aplicada à entrada se afasta da freqüência de ressonância.

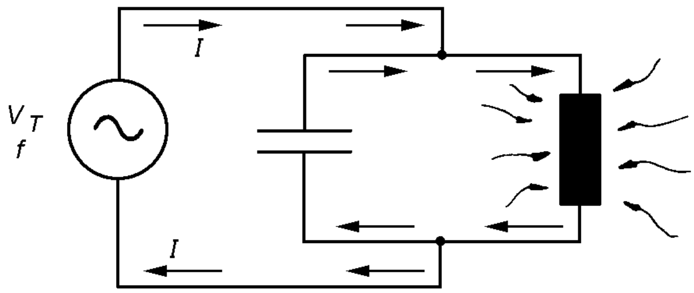
Observação
Este princípio é aproveitado em filtros para caixas de som.

Circuito ressonante LC em paralelo
Quando um circuito LC em paralelo é alimentado por uma fonte de CA na freqüência de ressonância, ocorre um fenômeno característico. De fato, enquanto o capacitor está devolvendo a energia armazenada em suas placas, o indutor vai absorvendo a corrente e gerando um campo magnético.



A corrente absorvida pelo indutor provém quase totalmente da descarga do capacitor. A fonte de CA repõe apenas a energia dissipada nas perdas do circuito.

maior intensidade. Cessada a corrente para o indutor, o campo magnético começa a diminuir de intensidade. A auto-indução na bobina provoca a circulação de corrente no



A corrente gerada pelo indutor é absorvida pelo capacitor que inicia um processo de recarga.

processo de carga e descarga do capacitor e **magnetização e desmagnetização** bobina continua ocorrendo sucessivamente. Dessa forma, a fonte geradora supre apenas a energia para reposição das perdas do circuito.

consumo de corrente de um circuito LC em paralelo quando a freqüência é de ressonância. Na ressonância, os valores de X e X_C
faz com que I_L $_C$ sejam iguais, (f , I_L $_C$). Como I e I_C
resultante I_L $_C$ é nula (I - I_C

Se o capacitor e principalmente o indutor fossem componentes sem perdas, o circuito LC em paralelo na freqüência de ressonância não absorveria nenhuma energia do

Circuito ressonante RLC em paralelo

O circuito RLC em paralelo pode ser analisado com base na equação da corrente total.

$$I_T = \sqrt{I_R^{\,2} + (I_L - I_C)^2}$$

À medida que a CA fornecida pelo gerador se aproxima da freqüência de ressonância, os valores de X_L e X_C se aproximam.

Na freqüência de ressonância, X_L e X_C são iguais fazendo com que as correntes I_L e I_C sejam iguais.

Aplicando-se os valores de I_L e I_C iguais à equação da corrente total, I_L e I_C se anulam.

$$I_T = \sqrt{I_R^{\,2} + (I_L - I_C)^2}$$

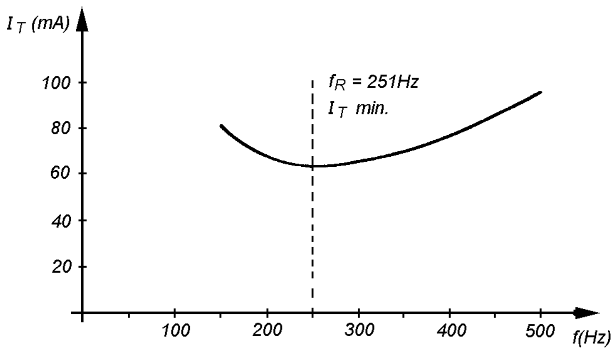
Como $I_L = I_C$:

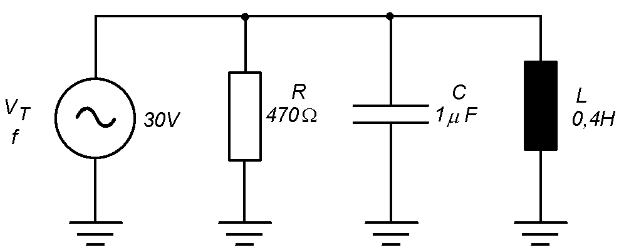
$$I_T = \sqrt{I_R^{\,2} + 0^2} = \sqrt{I_R^{\,2}}$$

$\mathbf{I_T = I_R}$

Como podemos ver, em ressonância apenas o resistor do circuito RLC absorve corrente da fonte.

O gráfico mostra o comportamento da corrente total em um circuito RLC em função da freqüência.



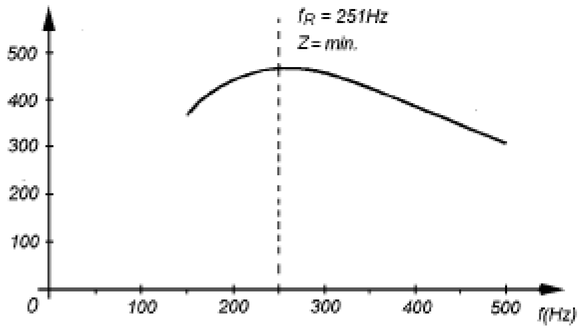


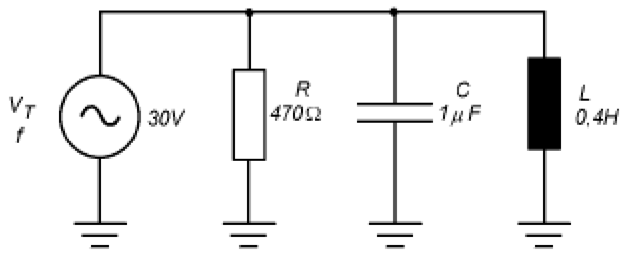
No circuito RLC em paralelo, a corrente total tem um valor mínimo na freqüência de ressonância ($I_{T\ MIN}$).

Como a corrente total é mínima para o circuito RLC ressonante, consequentemente sua impedância é máxima nesta situação.

$$Z = \frac{V_T}{I_T}, \text{portanto, na ressonância} \quad Z = \frac{V_T}{I_{TMIN}} = Z_{MÁX}$$

O gráfico mostra a variação da impedância de um circuito RLC em paralelo em função da freqüência.





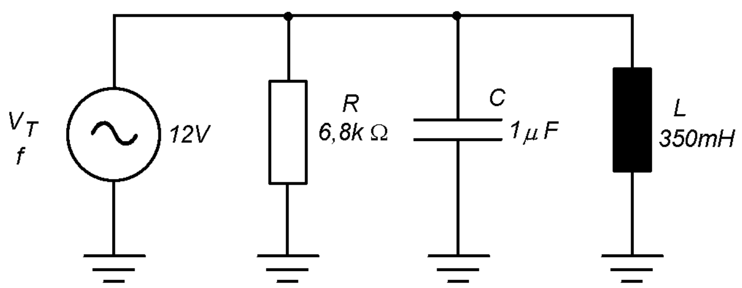
Resumindo: Na freqüência de ressonância, a impedância de um circuito RLC em paralelo é máxima.

Os circuitos ressonantes em paralelo são utilizados para seleção de sinais em receptores de rádio e televisão.

Observe a seguir um exemplo de cálculo do circuito RLC em paralelo.

Exemplo

Dado o circuito abaixo, determinar a freqüência de ressonância e os valores de I_T e Z na ressonância.



$$f_r = \frac{1000}{2.\pi.\sqrt{L.C}} = \frac{1000}{6{,}28.\sqrt{0{,}35.1}} = \frac{1000}{6{,}28.0{,}592} = \frac{1000}{3{,}718}$$

$f_r \cong$ 269 Hz

Para calcular I_T, parte-se do conceito de que na ressonância Z = R. Desse modo, temos:

$Z = 6{,}8\ k\Omega$

$$I_T = \frac{V_T}{Z} = \frac{12}{6800}$$

$I_T = 1{,}76\ mA$

Aplicações dos circuitos RLC em série e em paralelo

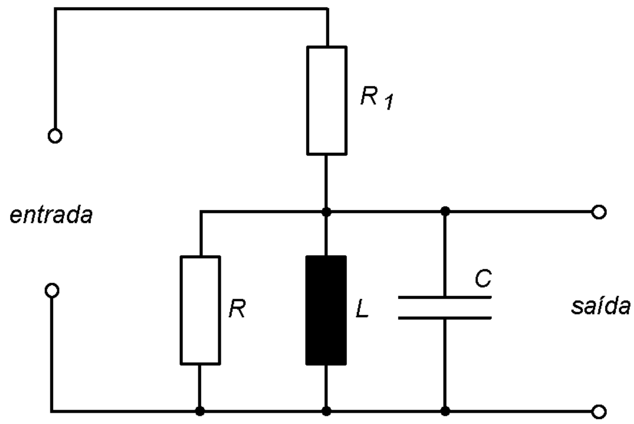
A dependência que os circuitos RLC apresentam em relação à freqüência, faz com que esses circuitos sejam aplicados em situações onde se deseja:

- separar uma determinada freqüência em um conjunto;
- eliminar uma determinada freqüência de um conjunto.

Circuito RLC em paralelo

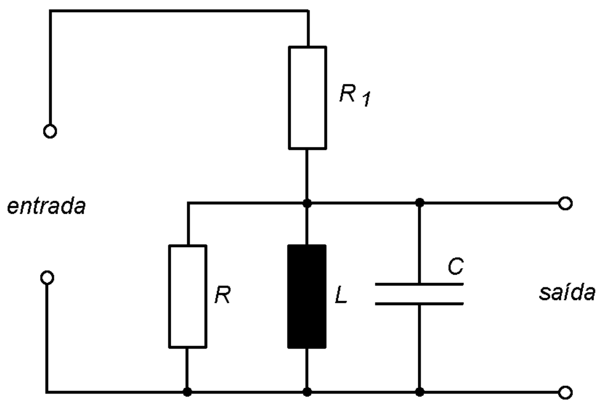
Um aparelho de rádio, por exemplo, recebe os sinais (freqüências) transmitidos por todas as emissoras, mas apenas os sinais de uma devem ser reproduzidos. É necessário, portanto, **separar uma única freqüência** de todo o conjunto. Para esta finalidade utilizam-se os circuitos RLC ou LC em paralelo.

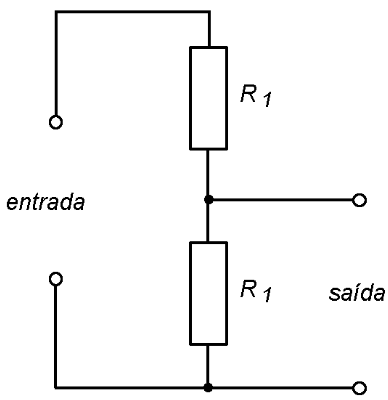
Para compreender a forma básica como esta separação se processa, é necessário primeiramente analisar um único circuito RLC em paralelo, acrescido de um resistor em série.



Na realidade, este circuito é um divisor de tensão em que as diversas freqüências são aplicadas à entrada enquanto a saída é tomada sobre o circuito RLC em paralelo.

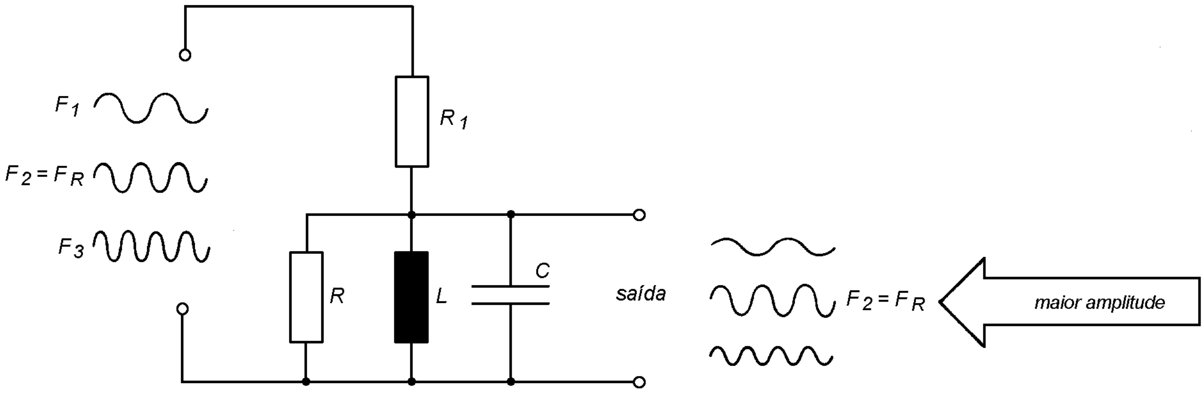
A tensão de saída do divisor depende da resistência (R_1) e da impedância (Z) do circuito RLC em paralelo.



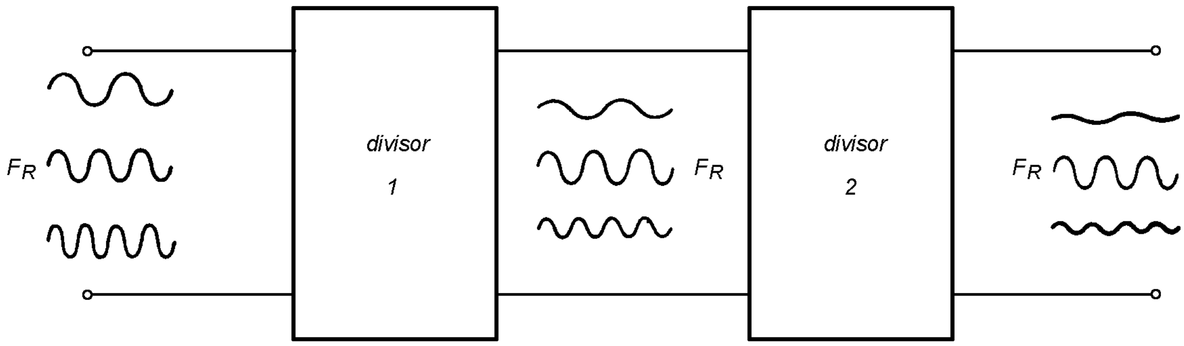


Quanto maior for a impedância (Z) do circuito RLC em paralelo, tanto maior será a tensão de saída. Como a impedância do circuito RLC em paralelo é máxima na freqüência de ressonância, podemos concluir que na saída, ocorrerá a **tensão máxima para a freqüência de ressonância**.

Vamos supor que sejam aplicadas simultaneamente três freqüências à entrada do circuito e uma delas seja a freqüência de ressonância. Nesse caso, as três freqüências aparecerão na saída, mas a freqüência de ressonância terá amplitude maior que as outras duas.



Como podemos ver, as freqüências diferentes de f_r sofreram maior redução de nível no divisor. Aplicando a saída deste divisor à entrada de outro com a mesma freqüência de ressonância, o fenômeno se repete.



A figura acima ilustra como as freqüências diferentes de f_r vão desaparecendo cada vez mais.

Determinada freqüência pode, portanto, ser separada de um conjunto através de uma seqüência de circuitos RLC em paralelo com freqüência de ressonância igual àquela que se deseja separar.

Observação

Na realidade, a separação de estações em um receptor de rádio emprega um circuito LC em paralelo sem o resistor, mas o princípio de funcionamento é exatamente como o descrito.

Circuito RLC em série

Uma aplicação para o circuito RLC em série consiste em eliminar uma freqüência de um conjunto. Vamos tomar como exemplo uma tevê que recebe sinais (freqüências) de todos os canais de televisão. Através de circuitos LC em paralelo apenas um canal é selecionado, como em um aparelho de rádio.

Entretanto, o sinal do canal A compõe-se de sinais de imagem (vídeo) e som (áudio) que devem ser encaminhados para circuitos diferentes. Para evitar que o sinal de som interfira na imagem, é necessário acrescentar, antes dos circuitos de vídeo, um circuito que elimine a freqüência de som. Este circuito se denomina **armadilha** ou trap.

Para esta função, utiliza-se um circuito RLC em série.

Vamos supor que sejam aplicadas três freqüências diferentes à entrada de um circuito RLC em série e uma destas seja a **freqüência de ressonância**. Nesse caso, o circuito é um divisor de tensão em que a saída é tomada sobre capacitor-indutor.

Por sua vez, a tensão de saída do divisor é dada por $V_{saída} = V_C - V_L$, visto que as tensões no capacitor e indutor são opostas em fase.

Na freqüência de ressonância $V_C = V_L$, isso faz com que tensão de saída seja nula nesta freqüência.

Para todas as outras freqüências V_C é diferente de V_L, de forma que o divisor fornece uma tensão de saída $V_C - V_L \neq 0$.

Exercícios

1. Responda às seguintes perguntas:

a) O que ocorre com a reatância de um indutor com o aumento da freqüência?

b) O que ocorre com a reatância de um capacitor com o aumento da freqüência?

c) O que é freqüência de ressonância?

c) Qual é a principal característica de um circuito ressonante?

d) Em que tipo de circuitos são utilizadas as associações série e paralelo RLC?

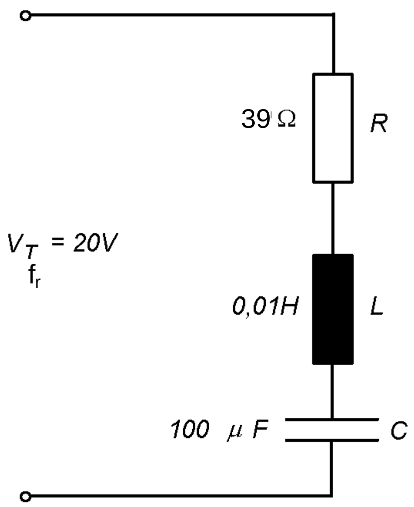
2. Resolva os seguintes exercícios:

a) Faça o esquema e determine a frequência de ressonância de um circuito LC em paralelo com os seguintes dados.

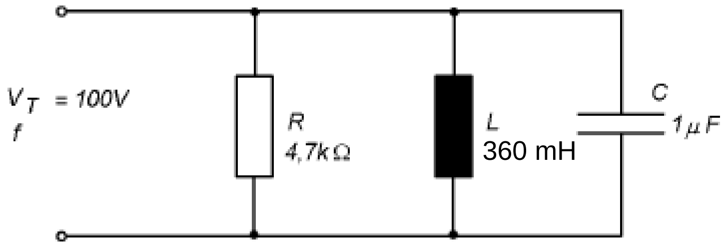
L = 3 H

C = 5 μF

b) No circuito que segue, determine as tensões no indutor, no resistor e no capacitor, e a corrente máxima que pode circular na ressonância.



c) Determine a frequência de ressonância e os valores de I_T e Z na ressonância do circuito que segue.



Eletoeletrônica

46.15.11.937-2	*Eletricidade básica*
46.15.11.938-0	*Pática profissional*
46.15.12.957-0	***Análise de circuitos elétricos***
46.15.12.958-7	*Análise de circuitos elétricos (ensaios)*
46.15.13.961-7	*Eletrônica analógica*
46.15.13.962-4	*Eletrônica analógica (ensaios)*

FIESP
CIESP
SESI
SENAI
IRS